九州大学　　　医学部 歯学部
前期

平成29年度入学試験問題

数　　学

数学Ⅰ，数学A
数学Ⅱ，数学B
数学Ⅲ

（注 意 事 項）

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子，解答紙の中を見てはいけません。
2. 問題冊子は，12 ページあります。
   また，中にはさみ込まれている解答紙は，5 枚（ $\boxed{26}$ から $\boxed{30}$ まで）です。
3. 「始め」の合図があったら問題冊子のページ数と解答紙の番号を確認し，
   問題冊子のページの落丁・乱丁や解答紙の不足等に気づいた場合は，
   手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 解答を始める前に，各解答紙の 2 箇所に受験番号を記入しなさい。
5. 解答はすべて解答紙のおもてに記入しなさい。
   小問があるときは，小問の番号を明記して解答しなさい。
   解答紙のうらに解答を記入してはいけません。
6. この教科は，250 点満点です。なお，経済学部経済工学科については，
   300 点満点に換算します。

数　学

数学Ⅰ，数学A
数学Ⅱ，数学B
数学Ⅲ

[1] （配点 50 点）

この問題の解答は，解答紙 $\boxed{\mathbf{26}}$ の定められた場所に記入しなさい。

［問題］

定数 $a>0$ に対し，曲線 $y=a\tan x$ の $0\leqq x<\dfrac{\pi}{2}$ の部分を C_1，曲線 $y=\sin 2x$ の $0\leqq x<\dfrac{\pi}{2}$ の部分を C_2 とする。以下の問いに答えよ。

(1) C_1 と C_2 が原点以外に交点をもつための a の条件を求めよ。

(2) a が (1) の条件を満たすとき，原点以外の C_1 と C_2 の交点を P とし，P の x 座標を p とする。P における C_1 と C_2 のそれぞれの接線が直交するとき，a および $\cos 2p$ の値を求めよ。

(3) a が (2) で求めた値のとき，C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積を求めよ。

[2] （配点 50 点）

この問題の解答は，解答紙 $\boxed{27}$ の定められた場所に記入しなさい。

［問題］

2 つの定数 $a>0$ および $b>0$ に対し，座標空間内の 4 点を

$$\mathrm{A}(a,0,0),\ \mathrm{B}(0,b,0),\ \mathrm{C}(0,0,1),\ \mathrm{D}(a,b,1)$$

と定める。以下の問いに答えよ。

(1) 点 A から線分 CD におろした垂線と CD の交点を G とする。
G の座標を a，b を用いて表せ。

(2) さらに，点 B から線分 CD におろした垂線と CD の交点を H とする。
$\overrightarrow{\mathrm{AG}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{BH}}$ がなす角を θ とするとき，$\cos\theta$ を a，b を用いて表せ。

[**3**] （配点 50 点）

この問題の解答は，解答紙 $\boxed{\textbf{28}}$ の定められた場所に記入しなさい。

［問題］

初項 $a_1 = 1$，公差 4 の等差数列 $\{a_n\}$ を考える。以下の問いに答えよ。

(1) $\{a_n\}$ の初項から第 600 項のうち，7 の倍数である項の個数を求めよ。

(2) $\{a_n\}$ の初項から第 600 項のうち，7^2 の倍数である項の個数を求めよ。

(3) 初項から第 n 項までの積 $a_1 a_2 \cdots a_n$ が 7^{45} の倍数となる最小の自然数 n を求めよ。

[4] （配点 50 点）

この問題の解答は，解答紙 $\boxed{29}$ の定められた場所に記入しなさい。

［問題］

赤玉 2 個，青玉 1 個，白玉 1 個が入った袋が置かれた円形のテーブルの周りに A，B，C の 3 人がこの順番で時計回りに着席している。3 人のうち，ひとりが袋から玉を 1 個取り出し，色を確認したら袋にもどす操作を考える。1 回目は A が玉を取り出し，次のルール (a)，(b)，(c) に従って勝者が決まるまで操作を繰り返す。

(a) 赤玉を取り出したら，取り出した人を勝者とする。

(b) 青玉を取り出したら，次の回も同じ人が玉を取り出す。

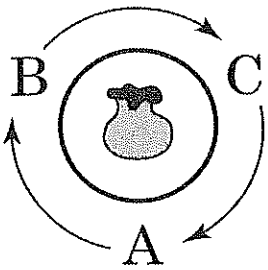
(c) 白玉を取り出したら，取り出した人の左隣りの人が次の回に玉を取り出す。

A，B，C の 3 人が n 回目に玉を取り出す確率をそれぞれ a_n，b_n，c_n $(n = 1, 2, \cdots)$ とする。ただし，$a_1 = 1$，$b_1 = c_1 = 0$ である。以下の問いに答えよ。

(1) A が 4 回目に勝つ確率と 7 回目に勝つ確率をそれぞれ求めよ。

(2) $d_n = a_n + b_n + c_n$ $(n = 1, 2, \cdots)$ とおくとき，d_n を求めよ。

(3) 自然数 $n \geqq 3$ に対し，a_{n+1} を a_{n-2} と n を用いて表せ。



[5]（配点 50 点）

この問題の解答は，解答紙 $\boxed{30}$ の定められた場所に記入しなさい。

［問題］

2 つの複素数 $\alpha = 10000 + 10000i$ と $w = \dfrac{\sqrt{3}}{4} + \dfrac{1}{4}i$ を用いて，複素数平面上の点 $P_n(z_n)$ を $z_n = \alpha w^n$ $(n = 1, 2, \cdots)$ により定める。ただし，i は虚数単位を表す。2 と 3 の常用対数を $\log_{10} 2 = 0.301$，$\log_{10} 3 = 0.477$ として，以下の問いに答えよ。

(1) z_n の絶対値 $|z_n|$ と偏角 $\arg z_n$ を求めよ。

(2) $|z_n| \leqq 1$ が成り立つ最小の自然数 n を求めよ。

(3) 下図のように，複素数平面上の $\triangle ABC$ は線分 AB を斜辺とし，点 $C\left(\frac{i}{\sqrt{2}}\right)$ を一つの頂点とする直角二等辺三角形である。なお A，B を表す複素数の虚部は負であり，原点 O と 2 点 A，B の距離はともに 1 である。点 P_n が $\triangle ABC$ の内部に含まれる最小の自然数 n を求めよ。