九州大学 前期　　医学部 歯学部

平成28年度入学試験問題

数　学

数学Ⅰ，数学A
数学Ⅱ，数学B
数学Ⅲ

（注意事項）

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子，解答紙の中を見てはいけません。
2. 問題冊子は，12ページあります。
   また，中にはさみ込まれている解答紙は，5枚（$\boxed{26}$から$\boxed{30}$まで）です。
3. 「始め」の合図があったら問題冊子のページ数と解答紙の番号を確認し，
   問題冊子のページの落丁・乱丁や解答紙の不足等に気づいた場合は，
   手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 解答を始める前に，各解答紙の2箇所に受験番号を記入しなさい。
5. 解答はすべて解答紙のおもてに記入しなさい。
   小問があるときは，小問の番号を明記して解答しなさい。
   解答紙のうらに解答を記入してはいけません。
6. この教科は，250点満点です。なお，経済学部経済工学科については，
   300点満点に換算します。

数　学

数学Ⅰ，数学Ａ
数学Ⅱ，数学Ｂ
数学Ⅲ

[1]　(配点 50 点)

この問題の解答は，解答紙 $\boxed{26}$ の定められた場所に記入しなさい。

［問題］

座標平面上の曲線 C_1, C_2 をそれぞれ

$$C_1:\ y = \log x \quad (x > 0)$$

$$C_2:\ y = (x-1)(x-a)$$

とする。ただし，a は実数である。n を自然数とするとき，曲線 C_1, C_2 が 2 点 P, Q で交わり，P, Q の x 座標はそれぞれ 1, $n+1$ となっている。また，曲線 C_1 と直線 PQ で囲まれた領域の面積を S_n，曲線 C_2 と直線 PQ で囲まれた領域の面積を T_n とする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) a を n の式で表し，$a > 1$ を示せ。

(2) S_n と T_n をそれぞれ n の式で表せ。

(3) 極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{S_n}{n \log T_n}$ を求めよ。

（下書き用紙）

[2] (配点 50 点)

この問題の解答は，解答紙 $\boxed{27}$ の定められた場所に記入しなさい。

［問題］

t を $0 < t < 1$ を満たす実数とする。面積が 1 である三角形 ABC において，辺 AB, BC, CA をそれぞれ $2:1$, $t:1-t$, $1:3$ に内分する点を D, E, F とする。また，AE と BF, BF と CD, CD と AE の交点をそれぞれ P, Q, R とする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) 3 直線 AE, BF, CD が 1 点で交わるときの t の値 t_0 を求めよ。

以下，t は $0 < t < t_0$ を満たすものとする。

(2) $\mathrm{AP} = k\,\mathrm{AE}$, $\mathrm{CR} = \ell\,\mathrm{CD}$ を満たす実数 k, ℓ をそれぞれ求めよ。

(3) 三角形 BCQ の面積を求めよ。

(4) 三角形 PQR の面積を求めよ。

(下書き用紙)

[3]（配点 50 点）

この問題の解答は，解答紙 $\boxed{28}$ の定められた場所に記入しなさい。

［問題］

座標平面上で円 $x^2+y^2=1$ に内接する正六角形で，点 $\mathrm{P}_0(1,0)$ を 1 つの頂点とするものを考える。この正六角形の頂点を P_0 から反時計まわりに順に P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 とする。ある頂点に置かれている 1 枚のコインに対し，1 つのサイコロを 1 回投げ，出た目に応じてコインを次の規則にしたがって頂点上を動かす。

（規則）　(i) 1 から 5 までの目が出た場合は，出た目の数だけコインを反時計まわりに動かす。例えば，コインが P_4 にあるときに 4 の目が出た場合は P_2 まで動かす。

(ii) 6 の目が出た場合は，x 軸に関して対称な位置にコインを動かす。ただし，コインが x 軸上にあるときは動かさない。例えば，コインが P_5 にあるときに 6 の目が出た場合は P_1 に動かす。

はじめにコインを 1 枚だけ P_0 に置き，1 つのサイコロを続けて何回か投げて，1 回投げるごとに上の規則にしたがってコインを動かしていくゲームを考える。以下の問いに答えよ。

(1) 2 回サイコロを投げた後に，コインが P_0 の位置にある確率を求めよ。

(2) 3 回サイコロを投げた後に，コインが P_0 の位置にある確率を求めよ。

(3) n を自然数とする。n 回サイコロを投げた後に，コインが P_0 の位置にある確率を求めよ。

（下書き用紙）

［4］（配点 50 点）

この問題の解答は，解答紙 $\boxed{\mathbf{29}}$ の定められた場所に記入しなさい。

［問題］

自然数 n に対して，10^n を 13 で割った余りを a_n とおく。a_n は 0 から 12 までの整数である。以下の問いに答えよ。

(1) a_{n+1} は $10\,a_n$ を 13 で割った余りに等しいことを示せ。

(2) $a_1, a_2, \cdots, a_6$ を求めよ。

(3) 以下の 3 条件を満たす自然数 N をすべて求めよ。

(i) N を十進法で表示したとき 6 桁となる。

(ii) N を十進法で表示して，最初と最後の桁の数字を取り除くと 2016 となる。

(iii) N は 13 で割り切れる。

（下書き用紙）

[5]　(配点 50 点)

この問題の解答は，解答紙 $\boxed{\mathbf{30}}$ の定められた場所に記入しなさい。

［問題］

以下の問いに答えよ。

(1) θ を $0 \leqq \theta < 2\pi$ を満たす実数，i を虚数単位とし，z を $z = \cos\theta + i\sin\theta$ で表される複素数とする。このとき，整数 n に対して次の式を証明せよ。

$$\cos n\theta = \frac{1}{2}\left(z^n + \frac{1}{z^n}\right), \qquad \sin n\theta = -\frac{i}{2}\left(z^n - \frac{1}{z^n}\right)$$

(2) 次の方程式を満たす実数 x $(0 \leqq x < 2\pi)$ を求めよ。

$$\cos x + \cos 2x - \cos 3x = 1$$

(3) 次の式を証明せよ。

$$\sin^2 20^\circ + \sin^2 40^\circ + \sin^2 60^\circ + \sin^2 80^\circ = \frac{9}{4}$$

（下書き用紙）

（下書き用紙）