九州大学　医学部 歯学部
前期

平成27年度入学試験問題

数　学

数学Ⅰ，数学A
数学Ⅱ，数学B
数学Ⅲ

（注意事項）

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子，解答紙の中を見てはいけません。
2. 問題冊子は，12ページあります。
   また，中にはさみ込まれている解答紙は，5枚（$\boxed{26}$から$\boxed{30}$まで）です。
3. 「始め」の合図があったら問題冊子のページ数と解答紙の番号を確認し，
   問題冊子のページの落丁・乱丁や解答紙の不足等に気づいた場合は，
   手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 解答を始める前に，各解答紙の2箇所に受験番号を記入しなさい。
5. 解答はすべて解答紙のおもてに記入しなさい。
   小問があるときは，小問の番号を明記して解答しなさい。
   解答紙のうらに解答を記入してはいけません。
6. この教科は，250点満点です。なお，経済学部経済工学科については，
   300点満点に換算します。

数　　学

数学Ｉ，数学Ａ
数学II，数学Ｂ
数学III

[1] (配点 50 点)

この問題の解答は，解答紙 **26** の定められた場所に記入しなさい。

［問題］

C_1, C_2 をそれぞれ次式で与えられる放物線の一部分とする。

$$C_1:\ y=-x^2+2x, \quad 0 \leqq x \leqq 2$$

$$C_2:\ y=-x^2-2x, \quad -2 \leqq x \leqq 0$$

また，a を実数とし，直線 $y=a(x+4)$ を ℓ とする。

(1) 直線 ℓ と C_1 が異なる 2 つの共有点をもつための a の値の範囲を求めよ。

以下，a が (1) の条件を満たすとする。このとき，ℓ と C_1 で囲まれた領域の面積を S_1，x 軸と C_2 で囲まれた領域で ℓ の下側にある部分の面積を S_2 とする。

(2) S_1 を a を用いて表せ。

(3) $S_1=S_2$ を満たす実数 a が $0<a<\dfrac{1}{5}$ の範囲に存在することを示せ。

[2]　(配点 50 点)

この問題の解答は，解答紙 $\boxed{\mathbf{27}}$ の定められた場所に記入しなさい。

［問題］

以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $y = \dfrac{1}{x(\log x)^2}$ は $x > 1$ において単調に減少することを示せ。

(2) 不定積分 $\displaystyle\int \frac{1}{x(\log x)^2}\,dx$ を求めよ。

(3) n を 3 以上の整数とするとき，不等式

$$\sum_{k=3}^{n} \frac{1}{k(\log k)^2} < \frac{1}{\log 2}$$

が成り立つことを示せ。

[3] （配点 50 点）

この問題の解答は，解答紙 $\boxed{28}$ の定められた場所に記入しなさい。

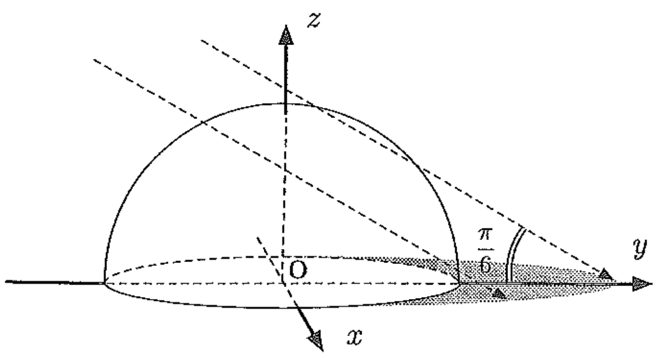
［問題］

座標空間内に，原点 $\mathrm{O}(0, 0, 0)$ を中心とする半径 1 の球がある。下の概略図のように，y 軸の負の方向から仰角 $\dfrac{\pi}{6}$ で太陽光線が当たっている。この太陽光線はベクトル $(0, \sqrt{3}, -1)$ に平行である。球は光を通さないものとするとき，以下の問いに答えよ。

(1) 球の $z \geqq 0$ の部分が xy 平面上につくる影を考える。k を $-1 < k < 1$ を満たす実数とするとき，xy 平面上の直線 $x = k$ において，球の外で光が当たらない部分の y 座標の範囲を k を用いて表せ。

(2) xy 平面上において，球の外で光が当たらない部分の面積を求めよ。

(3) $z \geqq 0$ において，球の外で光が当たらない部分の体積を求めよ。



［4］（配点 50 点）

この問題の解答は，解答紙 $\boxed{29}$ の定められた場所に記入しなさい。

［問題］

袋の中に最初に赤玉 2 個と青玉 1 個が入っている。次の操作を繰り返し行う。

（操作）袋から 1 個の玉を取り出し，それが赤玉ならば代わりに青玉 1 個を袋に入れ，青玉ならば代わりに赤玉 1 個を袋に入れる。袋に入っている 3 個の玉がすべて青玉になるとき，硬貨を 1 枚もらう。

(1) 2 回目の操作で硬貨をもらう確率を求めよ。

(2) 奇数回目の操作で硬貨をもらうことはないことを示せ。

(3) 8 回目の操作ではじめて硬貨をもらう確率を求めよ。

(4) 8 回の操作でもらう硬貨の総数がちょうど 1 枚である確率を求めよ。

[5] (配点50点)

この問題の解答は，解答紙 $\boxed{30}$ の定められた場所に記入しなさい。

［問題］

以下の問いに答えよ。

(1) n が正の偶数のとき，2^n-1 は3の倍数であることを示せ。

(2) n を自然数とする。2^n+1 と 2^n-1 は互いに素であることを示せ。

(3) p, q を異なる素数とする。$2^{p-1}-1 = pq^2$ を満たす p, q の組をすべて求めよ。