九州大学　一般

平成26年度入学試験問題

数　　学

数学Ⅰ，数学A
数学Ⅱ，数学B
数学Ⅲ，数学C

（注 意 事 項）

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子，解答紙の中を見てはいけません。

2. 問題冊子は，12ページあります。
また，中にはさみ込まれている解答紙は，5枚（$\boxed{15}$から$\boxed{19}$まで）です。

3. 「始め」の合図があったら問題冊子のページ数と解答紙の番号を確認し，
問題冊子のページの落丁・乱丁や解答紙の不足等に気づいた場合は，
手をあげて監督者に知らせなさい。

4. 解答を始める前に，各解答紙の2箇所に受験番号を記入しなさい。

5. 解答はすべて解答紙のおもてに記入しなさい。
小問があるときは，小問の番号を明記して解答しなさい。
解答紙のうらに解答を記入してはいけません。

6. この教科は，250点満点です。なお，経済学部経済工学科については，
300点満点に換算します。

数　　　学

数学Ⅰ，数学A
数学Ⅱ，数学B
数学Ⅲ，数学C

[1] (配点 50 点)

この問題の解答は，解答紙 $\boxed{\mathbf{15}}$ の定められた場所に記入しなさい。

［問題］

関数 $f(x) = x - \sin x \left(0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$ を考える。曲線 $y = f(x)$ の接線で傾きが $\dfrac{1}{2}$ となるものを ℓ とする。

(1) ℓ の方程式と接点の座標 (a, b) を求めよ。

(2) a は (1) で求めたものとする。曲線 $y = f(x)$，直線 $x = a$，および x 軸で囲まれた領域を，x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積 V を求めよ。

（下書き用紙）

[2]　(配点 50 点)

この問題の解答は，解答紙 $\boxed{\mathbf{16}}$ の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

以下の問いに答えよ。

(1) 任意の自然数 a に対し，a^2 を 3 で割った余りは 0 か 1 であることを証明せよ。

(2) 自然数 a, b, c が $a^2 + b^2 = 3c^2$ を満たすと仮定すると，a, b, c はすべて 3 で割り切れなければならないことを証明せよ。

(3) $a^2 + b^2 = 3c^2$ を満たす自然数 a, b, c は存在しないことを証明せよ。

（下書き用紙）

[3] （配点 50 点）

この問題の解答は，解答紙 **17** の定められた場所に記入しなさい。

［問題］

座標平面上の楕円

$$\frac{(x+2)^2}{16}+\frac{(y-1)^2}{4}=1 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

を考える。以下の問いに答えよ。

(1) 楕円 ① と直線 $y=x+a$ が交点をもつときの a の値の範囲を求めよ。

(2) $|x|+|y|=1$ を満たす点 (x,y) 全体がなす図形の概形をかけ。

(3) 点 (x,y) が楕円 ① 上を動くとき，$|x|+|y|$ の最大値，最小値とそれを与える (x,y) をそれぞれ求めよ。

（下書き用紙）

［4］ (配点 50 点)

この問題の解答は，解答紙 $\boxed{18}$ の定められた場所に記入しなさい。

［問題］

A さんは 5 円硬貨を 3 枚，B さんは 5 円硬貨を 1 枚と 10 円硬貨を 1 枚持っている。2 人は自分が持っている硬貨すべてを一度に投げる。それぞれが投げた硬貨のうち表が出た硬貨の合計金額が多い方を勝ちとする。勝者は相手の裏が出た硬貨をすべてもらう。なお，表が出た硬貨の合計金額が同じときは引き分けとし，硬貨のやりとりは行わない。このゲームについて，以下の問いに答えよ。

(1) A さんが B さんに勝つ確率 p，および引き分けとなる確率 q をそれぞれ求めよ。

(2) ゲーム終了後に A さんが持っている硬貨の合計金額の期待値 E を求めよ。

（下書き用紙）

［5］（配点 50 点）

この問題の解答は，解答紙 $\boxed{19}$ の定められた場所に記入しなさい。

［問題］

2 以上の自然数 n に対して，関数 $f_n(x)$ を

$$f_n(x) = (x-1)(2x-1)\cdots(nx-1)$$

と定義する。$k = 1, 2, \cdots, n-1$ に対して，$f_n(x)$ が区間 $\dfrac{1}{k+1} < x < \dfrac{1}{k}$ でただ 1 つの極値をとることを証明せよ。

（下書き用紙）

（下書き用紙）