

九州大学 一般 前期  
平成24年度入学試験問題

数 学 数学Ⅰ, 数学A  
数学Ⅱ, 数学B  
数学Ⅲ, 数学C

(注意事項)

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子、解答紙の中を見てはいけません。
2. 問題冊子は、12 ページあります。  
また、中にはさみ込まれている解答紙は、5枚 (15 から 19 まで) です。
3. 「始め」の合図があったら問題冊子のページ数と解答紙の番号を確認し、問題冊子のページの落丁・乱丁や解答紙の不足等に気づいた場合は、手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 解答を始める前に、各解答紙の2箇所を受験番号を記入しなさい。
5. 解答はすべて解答紙のおもてに記入しなさい。  
小問があるときは、小問の番号を明記して解答しなさい。  
解答紙のうらに解答を記入してはいけません。
6. この教科は、250点満点です。なお、経済学部経済工学科については、300点満点に換算します。
7. 試験終了後、問題冊子は持ち帰って下さい。

数

学

数学 I, 数学 A  
数学 II, 数学 B  
数学 III, 数学 C

[ 1 ] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 **15** の定められた場所に記入しなさい。

[ 問題 ]

円  $x^2 + (y - 1)^2 = 4$  で囲まれた図形を  $x$  軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

(下書き用紙)

[2] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 **16** の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

2 次の正方行列  $A, B$  はそれぞれ

$$A \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad A \begin{pmatrix} 7 \\ -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -11 \end{pmatrix},$$
$$B \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad B \begin{pmatrix} 8 \\ -11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 10 \end{pmatrix}$$

をみたすものとする。このとき、以下の問いに答えよ。ただし、 $E$  は 2 次の単位行列を表すものとする。

- (1) 行列  $A, B, A^2, B^2$  を求めよ。
- (2)  $(AB)^3 = E$  であることを示せ。
- (3) 行列  $A$  から始めて、 $B$  と  $A$  を交互に右から掛けて得られる行列

$$A, AB, ABA, ABAB, \dots,$$

および行列  $B$  から始めて、 $A$  と  $B$  を交互に右から掛けて得られる行列

$$B, BA, BAB, BABA, \dots$$

を考える。これらの行列の中で、相異なるものをすべて成分を用いて表せ。

(下書き用紙)

[3] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 17 の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

実数  $a$  と自然数  $n$  に対して、 $x$  の方程式

$$a(x^2 + |x + 1| + n - 1) = \sqrt{n}(x + 1)$$

を考える。以下の問いに答えよ。

- (1) この方程式が実数解を持つような  $a$  の範囲を、 $n$  を用いて表せ。
- (2) この方程式が、すべての自然数  $n$  に対して実数解を持つような  $a$  の範囲を求めよ。

(下書き用紙)

[4] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 **18** の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

$p$  と  $q$  はともに整数であるとする。2 次方程式  $x^2 + px + q = 0$  が実数解  $\alpha, \beta$  を持ち、条件  $(|\alpha| - 1)(|\beta| - 1) \neq 0$  をみたしているとする。このとき、数列  $\{a_n\}$  を

$$a_n = (\alpha^n - 1)(\beta^n - 1) \quad (n = 1, 2, \dots)$$

によって定義する。以下の問いに答えよ。

(1)  $a_1, a_2, a_3$  は整数であることを示せ。

(2)  $(|\alpha| - 1)(|\beta| - 1) > 0$  のとき、極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right|$  は整数であることを示せ。

(3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$  となるとき、 $p$  と  $q$  の値をすべて求めよ。ただし、 $\sqrt{5}$  が無理数であることは証明なしに用いてよい。

(下書き用紙)

[ 5 ] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 **19** の定められた場所に記入しなさい。

[ 問題 ]

いくつかの玉が入った箱 A と箱 B があるとき、次の試行 T を考える。

(試行 T) 箱 A から 2 個の玉を取り出して箱 B に入れ、その後、箱 B から 2 個の玉を取り出して箱 A に入れる。

最初に箱 A に黒玉が 3 個、箱 B に白玉が 2 個入っているとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 試行 T を 1 回行ったときに、箱 A に黒玉が  $n$  個入っている確率  $p_n$  ( $n = 1, 2, 3$ ) を求めて既約分数で表せ。
- (2) 試行 T を 2 回行ったときに、箱 A に黒玉が  $n$  個入っている確率  $q_n$  ( $n = 1, 2, 3$ ) を求めて既約分数で表せ。
- (3) 試行 T を 3 回行ったときに、箱 A の中がすべて黒玉になっている確率を求めて既約分数で表せ。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

15

数学  
数学Ⅰ, 数学 A  
数学Ⅱ, 数学 B  
数学Ⅲ, 数学 C

平成 24 年度入学試験問題

解答紙  
(5 枚のうち 1 枚目)

受験番号				

受験番号				

15

解答はこの線より上の部分には書いてはいけません。

[1] (50 点) 円  $x^2 + (y - 1)^2 = 4$  で囲まれた図形を ……

[1] の採点

--	--

採点	
----	--

16

数学 数学Ⅰ, 数学 A  
数学Ⅱ, 数学 B  
数学Ⅲ, 数学 C

平成 24 年度入学試験問題

解答紙  
(5 枚のうち 2 枚目)

受験番号				

受験番号				

16

解答はこの線より上の部分に書いてはいけません。

[2] (50 点) 2 次の正方行列  $A, B$  はそれぞれ ……

[2] の採点

--	--

(1) 採点	
-----------	--

(2) 採点	
-----------	--

(3) 採点	
-----------	--

17

数学 数学Ⅰ, 数学 A  
数学Ⅱ, 数学 B  
数学Ⅲ, 数学 C

平成 24 年度入学試験問題

解答紙  
(5 枚のうち 3 枚目)

受験番号  
| | | | |

受験番号  
| | | | |

17

解答はこの線より上の部分に書いてはいけません。

[3] (50 点) 実数  $a$  と自然数  $n$  に対して,  $x$  の方程式 ……

[3] の採点

| |

(1) 採点 |

(2) 採点 |

18

数学  
数学Ⅰ, 数学 A  
数学Ⅱ, 数学 B  
数学Ⅲ, 数学 C

平成 24 年度入学試験問題

解答紙  
(5 枚のうち 4 枚目)

受験番号				

受験番号				

18

解答はこの線より上の部分に書いてはいけません。

[4] (50 点)  $p$  と  $q$  はともに整数であるとする。……

[4] の採点

--	--

(1) 採点	
-----------	--

(2) 採点	
-----------	--

(3) 採点	
-----------	--

19

数学 数学Ⅰ, 数学 A  
数学Ⅱ, 数学 B  
数学Ⅲ, 数学 C

平成 24 年度入学試験問題

解答紙  
(5 枚のうち 5 枚目)

受験番号  
| | | | |

受験番号  
| | | | |

19

解答はこの線より上の部分に書いてはいけません。

[5] (50 点) いくつかの玉が入った箱 A と箱 B があるとき, ……

[5] の採点

--	--

(1) 採点	
-----------	--

(2) 採点	
-----------	--

(3) 採点	
-----------	--