

平成 22 年度入学者選抜学力検査問題(前期日程)

数	学
---	---

I ・ II ・ III ・ A ・ B ・ C

(医学部)

(注 意)

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は 4 ページ，解答用紙は 4 枚である。
指示があってから確認すること。
3. 解答はすべて解答用紙の指定のところに記入すること。
解答用紙の表面だけで書ききれない場合は，裏面の下半分
を使用することができる。
4. 解答用紙は持ち帰ってはならないが，問題冊子は必ず持ち
帰ること。

〔Ⅰ〕 平面上に一辺の長さが1の正五角形があり、その頂点を順にA, B, C, D, Eとする。次の問いに答えよ。

(1) 辺BCと線分ADは平行であることを示せ。

(2) 線分ACと線分BDの交点をFとする。四角形AFDEはどのような形であるか、その名称と理由を答えよ。

(3) $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ とするとき、 \overrightarrow{CD} を \vec{a} と \vec{b} で表せ。

[Ⅱ] 定積分 $I_n = \int_1^e (\log x)^n dx$ について、次の問いに答えよ。ただし、 n は自然数、 e は自然対数の底とする。

- (1) 関数 $f(x) = x(\log x)^n$ の導関数を求めよ。
- (2) I_1 を求めよ。
- (3) I_n と I_{n+1} の間に成立する関係式を求めよ。
- (4) (3)で求めた関係式を用いて I_4 を求めよ。

〔Ⅲ〕 関数 $f(x) = xe^{-x}$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(x)$ の極値、グラフの凹凸、変曲点を調べ、 $y = f(x)$ のグラフをかけ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ の接線で、点 $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ を通るものが2本あることを示し、それらの方程式を求めよ。
- (3) (2) で求めた2本の接線と曲線 $y = f(x)$ で囲まれる図形の面積を求めよ。

[IV] a, k は定数であり, $0 < k < 1$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) 方程式 $x = a + k \sin x$ はただ一つの実数解をもつことを示せ。
- (2) 不等式 $|\sin \theta| \leq |\theta|$ がすべての実数 θ に対して成立することを示せ。
- (3) 不等式 $|\sin \alpha - \sin \beta| \leq |\alpha - \beta|$ がすべての実数 α, β に対して成立することを示せ。
- (4) 数列 $\{x_n\}$ を, $x_0 = 0, x_n = a + k \sin x_{n-1}$ ($n = 1, 2, \dots$) によって定める。数列 $\{x_n\}$ は(1)の方程式 $x = a + k \sin x$ の解に収束することを示せ。