鳥取大学

平成19年度入学者選抜学力検査問題（前期日程）

数　学

Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B・C

（注　意）

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は6ページ，解答用紙は4枚である。
   指示があってから確認すること。
3. 解答はすべて解答用紙の指定のところに記入すること。
   解答用紙の表面だけで書ききれない場合は，裏面の下半分を使用することができる。
4. **問題Ⅳについては，次の点に注意して解答すること。**
   工学部および農学部出願者は，〔Ⅳ（A）〕を解答すること。
   医学部医学科出願者は，〔Ⅳ（B）〕を解答すること。
5. 解答用紙は持ち帰ってはならないが，**問題冊子は必ず持ち帰ること。**

〔Ⅰ〕 三角形ABCの3辺の長さを$BC = a$, $CA = b$, $AB = c$とする。辺BCを$m : n$に内分する点をXとし，線分AXの長さをpとする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 線分BXおよびCXの長さをa, m, nを用いて表せ。

(2) $\angle AXC = \theta$とおくとき，$\cos\theta$をp, a, b, m, nを用いて表せ。

(3) 等式

$$p^2 + \frac{mn}{(m+n)^2}a^2 = \frac{m}{m+n}b^2 + \frac{n}{m+n}c^2$$

が成り立つことを示せ。

(4) $a = 7$, $b = 6$, $c = 5$とし，辺BCを1：2に内分する点をP，辺ACを1：2に内分する点をQとする。線分APと線分BQの交点をRとするとき，線分BRの長さを求めよ。

〔Ⅱ〕 xy 平面上を動く点Pの時刻 t における座標が

$$(x(t),\ y(t))=\left(\frac{e^{t}+e^{-t}}{2},\ \frac{e^{t}-e^{-t}}{2}\right)$$

で与えられるとき，次の問いに答えよ。

(1) 時刻 t における速度ベクトル $\vec{v}(t)$ および加速度ベクトル $\vec{\alpha}(t)$ を求めよ。

(2) 時刻 t における速度ベクトル $\vec{v}(t)$ と加速度ベクトル $\vec{\alpha}(t)$ のなす角を $\theta(t)$ とするとき，$\cos\theta(t)$ を求めよ。

(3) $\theta(t)$ を (2) の通りとするとき，$\displaystyle\int_0^1 \cos\theta(t)\,dt$ を求めよ。

〔Ⅲ〕 関数$f(x)=\sqrt{x+1}$，$g(x)=\log(x+1)-2\log 2+2$があるとき，次の問いに答えよ。ただし，$x \geqq 0$とする。

(1) 関数$f(x)$および$g(x)$の導関数を求めよ。

(2) 関数$y=f(x)-g(x)$のグラフをかけ。

(3) 曲線$y=f(x)$，$y=g(x)$およびy軸とで囲まれた図形の面積を求めよ。

(4) 曲線$y=g(x)$とy軸および直線$y=2$とで囲まれた図形を，y軸のまわりに1回転してできる立体の体積を求めよ。

この問題は，工学部および農学部出願者のためのものである。

医学部医学科出願者は，この問題に答える必要はない。

〔**Ⅳ（A）**〕　実数を係数とする２次方程式 $x^2 - 2ax + a + 6 = 0$ が，次の各条件を満たすとき，定数 a の値の範囲をそれぞれ求めよ。

(1)　正の解と負の解をもつ。

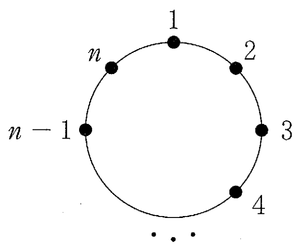
(2)　異なる２つの負の解をもつ。

(3)　すべての解が１より大きい。

この問題は，医学部医学科出願者のためのものである。

工学部および農学部出願者は，この問題に答える必要はない。

〔**Ⅳ(B)**〕　1 から n までの数が 1 つずつ書かれた n 枚のカードを，下図のように円周上に時計まわりに並べる。2 が書かれたカードから始めて，時計まわりに 1 枚おきにカードを取り除く操作を続けていき，カードが最後の 1 枚になるまで円周上を何回でもまわる。そして残った 1 枚のカードに書かれた数を $f(n)$ とする。ただし，1 枚おきに取り除く操作は，まだ円周上に残っているカードに対して行う。



たとえば，$n=9$ のときには，

2，4，6，8，1，5，9，7

の数が書かれたカードが順に取り除かれるので $f(9)=3$ である。

また，$n=10$ のときには，

2，4，6，8，10，3，7，1，9

の数が書かれたカードが順に取り除かれるので $f(10)=5$ である。

このとき，次の問いに答えよ。ただし，$f(1)=1$ とする。

(1)　2 から 8 までの n に対して $f(n)$ の値を求めよ。

(2)　自然数 n に対して

$$f(2n)=2f(n)-1$$

$$f(2n+1)=2f(n)+1$$

が成り立つことを示せ。

(3)　自然数 n に対して

$$f(2^n) = 1$$

が成り立つことを示せ。

(4)　$f(2^{10} + 2^9 + \cdots + 2 + 1)$ の値を求めよ。