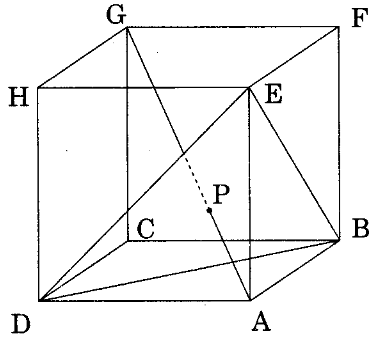
〔Ⅰ〕 $\triangle$ABC において AB $= 5$，BC $= 4$，CA $= 6$ とするとき，次の問いに答えよ。

(1) $\triangle$ABC の面積を求めよ。

(2) 点 P，Q をそれぞれ辺 AB，AC 上にとる。線分 PQ が $\triangle$ABC の面積を 2 等分するとき，線分 PQ の長さの最小値と最大値を求めよ。

〔Ⅱ〕 1辺の長さが1の立方体ABCD–EFGHにおいて，$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AE}=\vec{c}$とおく。対角線AGと平面BDEとの交点をPとする。



(1) $\overrightarrow{AG}$は平面BDEに直交することを示せ。

(2) $\overrightarrow{AP}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$を用いて表せ。また$\overrightarrow{AP}$の大きさを求めよ。

(3) 線分BD，DE，EBを1：2に内分する点を，それぞれQ，R，Sとするとき，三角錐A–QRSの体積を求めよ。

〔Ⅲ〕 $a_1 = 1$，$a_2 = 6$ ならびに

$$2(2n+3)a_{n+1} = (n+1)a_{n+2} + 4(n+2)a_n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

で定義される数列$\{a_n\}$について，次の問いに答えよ。

(1) $b_n = a_{n+1} - 2a_n$ とおくとき，b_n を n の式で表せ。

(2) a_n を n の式で表せ。

(3) 初項から第 n 項までの和 $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ を求めよ。

〔Ⅳ〕 曲線 $y = ax^3 + bx^2 + cx + 3$ $(a > 0)$ が x 軸と3点 $(3,\ 0)$, $(\alpha,\ 0)$, $(\beta,\ 0)$ $(3 > \alpha > \beta)$ で交わり，

$$3 - \alpha = \frac{7 - \sqrt{5}}{2},\quad \alpha - \beta = \sqrt{5}$$

の関係が成り立つとき，次の問いに答えよ。

(1) a，b，c の値を求めよ。

(2) $\alpha \geqq x \geqq \beta$ の範囲で，この曲線と x 軸によって囲まれる部分の面積を求めよ。