

〔 I 〕 平面上に 2 点 $A(3, 3)$, $B(2, 0)$ を通る円があり, この円に正方形 $ABCD$ が内接している。ただし, 点 A, B, C, D はこの順で時計回りに並んでいる。

- (1) 点 C, D の座標を求めよ。
- (2) この円の方程式を求めよ。
- (3) この円の周上の点で, 原点 O からの距離が最大となるものの座標を求めよ。

〔Ⅱ〕 箱の中に $0, 1, 2, \dots, n$ の番号がついた玉がそれぞれ 2 個ずつ、合計 $2(n + 1)$ 個入っている。

(1) $n = 3$ のとき、この箱の中からもとに戻さずに 1 個ずつ順に 4 個の玉を取り出し、取り出した順に左から並べて整数を作る。この整数が 2001 以下である確率を求めよ。ただし、0123 や 0012 などそれぞれ 123 や 12 などと同等とする。

(2) この箱の中から 2 個の玉を同時に取り出し、その数の和を x とする。 $x = n$ である確率を求めよ。

〔Ⅲ〕 次の問いに答えよ。

(1) 开区間 (a, b) で、関数 $f(x)$ は微分可能であるとする。この区間で $f'(x) < 0$ が成り立てば関数 $f(x)$ は単調減少であることを示せ。ただし、関数 $f(x)$ が単調減少であるとは、 $a < \beta$ ならば $f(a) > f(\beta)$ が成り立つことをいう。

(2) k を $k > 1$ である定数とすると、関数

$$g(x) = \frac{\log(kx)}{\log x}$$

は $x > 1$ で単調減少であることを示せ。

(3) p, q, r, s を、 $p > q > r > s > 1$ 、 $ps = qr$ を満たす定数とすると、

$$\log p \cdot \log s < \log q \cdot \log r$$

が成り立つことを示せ。

〔IV〕 関数 $f(x) = x|x^2 - 1|$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $y = f(x)$ のグラフの概形を示せ。
- (2) 関数 $y = f(x)$ の極大値と極小値をすべて求めよ。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ 上の原点における接線の方程式を求めよ。
- (4) (3) で求めた接線と曲線 $y = f(x)$ で囲まれた図形の面積を求めよ。