

2024 年度 入学試験問題(前期日程)

数 学

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B)

試験時間 120 分

理工学部：数学物理学科(数学受験)・情報科学科
医学部：医学科

問題冊子 問題…… 1 ～ 4 ページ…… 1 ～ 2
解答用紙…… 4 枚
下書用紙…… 1 枚

配 点……理工学部は表示のとおり。医学部は表示の 0.75 倍とする。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで、この問題冊子を開かないこと。
2. 試験中に、問題冊子・解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び下書用紙の不備等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
3. 各解答用紙に受験番号を記入すること。
なお、解答用紙には、必要事項以外は記入しないこと。
4. 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
5. 解答用紙の各ページは、切り離さないこと。
6. 配付された解答用紙は、持ち帰らないこと。
7. 試験終了後、問題冊子、下書用紙は持ち帰ること。
8. 試験終了後、指示があるまでは退室しないこと。

- 1 $f(x) = x^2$ とする。曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(a, f(a))$ における接線の方程式を $y = g(x)$ とする。実数 t を曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = g(x) + t$ で囲まれた部分の面積が 36 となるように決める。このとき、次の問いに答えよ。

(100 点)

- (1) t の値を求めよ。
- (2) $a \neq 0$ とする。曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(b, f(b))$ における接線の方程式を $y = h(x)$ とする。実数 s を曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = h(x) + s$ で囲まれた部分の面積が 36 となるように決める。さらに、直線 $y = g(x) + t$ と $y = h(x) + s$ が直交するとき、この 2 直線の交点を P とする。交点 P の x 座標を a を用いて表せ。
- (3) (2) の P は、0 でないどのような a に対しても、すべて一つの直線上にあることを示せ。
- (4) (2) の P が曲線 $y = f(x)$ 上にあるような a の値をすべて求めよ。

- 2 1000 以下の自然数 x に対し、集合 $A(x)$ と集合 $B(x)$ を次で定義する。

$$A(x) = \{a \mid 1 \leq a \leq 1000 \text{ かつ } a \text{ は } x \text{ の倍数}\}$$

$$B(x) = \{b \mid 1 \leq b \leq 1000 \text{ かつ } x \in A(b)\}$$

また、有限集合 P の要素の個数を $n(P)$ で表す。このとき、次の問いに答えよ。

(100 点)

- (1) $n(A(5))$ を求めよ。
- (2) $n(A(5) \cup A(7) \cup A(11))$ を求めよ。
- (3) $B(99)$ の要素をすべて求めよ。
- (4) $n(B(x)) = 14$ を満たす x をすべて求めよ。

3

正五角形 $ABCDE$ の対角線 AC と BD の交点を F とする。このとき、次の問いに答えよ。

(100 点)

- (1) B と C を通る直線は三角形 ABF の外接円に接することを証明せよ。
- (2) 三角形 ABF は二等辺三角形であることを証明せよ。
- (3) $AF^2 = AC \cdot CF$ を証明せよ。

4

a を正の実数とする。 xy 平面上の 2 つの放物線 C_1 と C_2 を次で定義する。

$$C_1: y = (x - a)^2$$

$$C_2: y = -x^2 + 5$$

このとき、次の問いに答えよ。

(100 点)

- (1) C_1 と C_2 が異なる 2 つの共有点を持つような a の範囲を求めよ。さらに、これらの共有点のうち、 x 座標の小さなものを P とし、もう一つを Q とする。このとき、 P の座標を求めよ。
- (2) C_1 の頂点を R とする。(1) の P と Q に対し、 $\angle PRQ = 90^\circ$ が成り立つとする。このとき、 a の値を求めよ。
- (3) (2) のとき、3 点 P , Q , R を通る円と y 軸との交点の座標をすべて求めよ。

