

令和6年度入学試験問題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで問題冊子を開かないこと。
2. 試験開始後、すべての解答用紙に受験番号(2カ所)・氏名を記入すること。
3. 各志願者は、下の表(1)に指示した問題を解答すること。なお、教育学部と情報データ科学部については、以下の通りとする。

教育学部について

表(1)において、小学校教育コース、幼児教育コース、特別支援教育コース、中学校教育コース(実技系)の志願者は教育学部 A に分類され、中学校教育コース(理系)の志願者は教育学部 B に分類される。

情報データ科学部について

表(1)において、文系受験による志願者は情報データ科学部 A に分類され、理系受験による志願者は情報データ科学部 B に分類される。

情報データ科学部 B については、 は必須問題であり、* * は選択問題である。選択問題はいずれか1問を選択し解答すること。選択する場合は解答用紙左上にある選択欄に○を、選択しない場合は×を記入すること。

4. 解答は、必ず問題と同じ番号の解答用紙のおもて面に、答えだけでなく途中の説明も記入すること。
5. 解答用紙は持ち出さないこと。

試験開始後、問題冊子のページ、及び解答用紙の問題の番号を確かめ、落丁、乱丁あるいは印刷が不鮮明なものがあれば新しいものと交換するので挙手すること。

表(1) (*印は選択問題を表す。いずれか1問を解答すること。)

志 望 学 部	問 題 の 番 号
教 育 学 部 A 経 済 学 部 環 境 科 学 部 水 産 学 部 情 報 デ ー タ 科 学 部 A	1 2
教 育 学 部 B 薬 学 部 歯 学 部 工 学 部	3 4 6 7
医 学 部	5 7 8 9
情 報 デ ー タ 科 学 部 B	3 4 6 10 * 11 *

1

以下はそれぞれ個別の問題である。各問いに答えよ。

- (1) 3 次方程式 $x^3 - 3x^2 - 9x + a = 0$ が異なる 3 つの実数解をもつような定数 a の値の範囲を求めよ。
- (2) 等式 $f(x) = -x^2 + 4x \int_0^1 f(t)dt + \int_0^2 f(t)dt$ を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。
- (3) 円に内接する四角形 ABCD があり、 $AB = 4$, $BC = 3$, $CD = 1$, $DA = 4$ である。 $\angle ABC = \theta$ とするとき、 $\cos \theta$ の値および線分 AC の長さを、それぞれ求めよ。また、線分 AC と線分 BD の交点を P とするとき、線分 AP の長さを求めよ。
- (4) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とする。数列 $\{a_n\}$ の初項は $\frac{1}{3}$ で、すべての自然数 n に対して $a_{n+1} = r(1 - S_n)$ が成り立つ。ただし、 r は $0 < r < 1$ を満たす定数である。 a_2, a_3 を r を用いてそれぞれ表せ。また、 $n \geq 2$ のとき、 a_{n+1} を r, a_n を用いて表し、数列 $\{a_n\}$ が等比数列になるように r の値を定めよ。

(下書き用紙)

2 下図のように、1 辺の長さが 1 の正四面体 OABC がある。2 点 P, Q はそれぞれ

辺 OC, 辺 AB 上にあり、線分 PQ は辺 OC と辺 AB に垂直である。

$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とするとき、以下の問いに答えよ。

(1) $OP : PC = s : (1 - s)$ ($0 < s < 1$),

$AQ : QB = t : (1 - t)$ ($0 < t < 1$)

とするとき、 $\overrightarrow{OP}$, $\overrightarrow{OQ}$, $\overrightarrow{PQ}$ を、 s , t , $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いてそれぞれ表せ。

(2) $PQ \perp OC$, $PQ \perp AB$ の関係から、 s , t の値および線分 PQ の長さを、それぞれ求めよ。

(3) $\triangle OAB$, $\triangle CAB$ の重心をそれぞれ L, M とする。このとき、 $\overrightarrow{OL}$ と $\overrightarrow{OM}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いてそれぞれ表せ。

また、線分 LM と $\triangle PAB$ との交点を N とする。

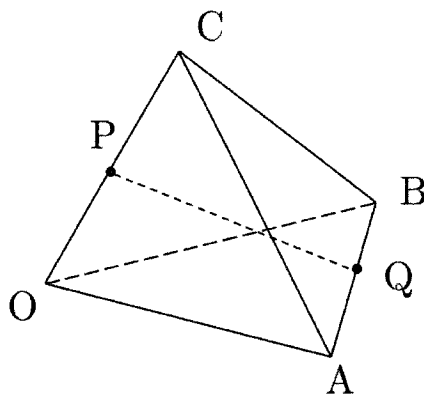
$LN : NM = u : (1 - u)$ ($0 < u < 1$)

とするとき、 $\overrightarrow{ON}$ を u , $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。

(4) N は $\triangle PAB$ 上にあるので、 $\overrightarrow{ON} = \alpha \overrightarrow{OP} + \beta \overrightarrow{OA} + \gamma \overrightarrow{OB}$ ($\alpha + \beta + \gamma = 1$) とお

ける。このとき、 α , β , γ の値をそれぞれ求めよ。また、 $LN : NM$ を求めよ。

(5) N は $\triangle PAB$ の重心であることを示せ。また、 $\triangle QLN$ の面積 S を求めよ。



図

(下書き用紙)

3

以下はそれぞれ個別の問題である。各問いに答えよ。

- (1) p, q を実数とし、互いに異なるベクトル $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を、

$$\vec{a} = (1, p), \vec{b} = (q, -1), \vec{c} = (-1, 1)$$

とする。 $\vec{a} - \vec{b}$ と $\vec{c}$ は垂直であり、 $\vec{b} - \vec{c}$ と $\vec{a}$ は平行であるとき、 p, q の値をそれぞれ求めよ。

- (2) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とする。数列 $\{a_n\}$ の初項は $\frac{1}{3}$ で、すべての自然数 n に対して $a_{n+1} = r(1 - S_n)$ が成り立つ。ただし、 r は $0 < r < 1$ を満たす定数である。 a_2, a_3 を r を用いてそれぞれ表せ。また、 $n \geq 2$ のとき、 a_{n+1} を r, a_n を用いて表し、数列 $\{a_n\}$ が等比数列になるように r の値を定めよ。

- (3) n を整数とすると、 n^2 を 3 で割った余りは 2 にならないことを、

$n = 3k, n = 3k + 1, n = 3k + 2$ (k は整数) のそれぞれの場合について示せ。

また、 l, m, n を整数とすると、 $l^2 + m^2 = n^2$ ならば、 l または m は 3 の倍数となることを、背理法を用いて証明せよ。

(下書き用紙)

4 以下はそれぞれ個別の問題である。各問いに答えよ。

- (1) $t = \cos x$ とおくとき、 $\cos 2x$ および $\cos 3x$ を t の式でそれぞれ表せ。また、 $0 \leq x \leq \pi$ のとき、 $\cos x + \cos 2x + \cos 3x > 0$ となるような x の値の範囲を求めよ。

- (2) 微分可能な関数 $f(x)$ が、すべての実数 x, y に対して

$$f(x+y) = f(x) + f(y)$$

を満たしている。このとき、 $f(0)$ の値を求めよ。また、 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)}{h} = 2$ のとき、 $f'(x)$ および $f(x)$ をそれぞれ求めよ。

- (3) $\int_{-1}^0 \frac{x^2 - x^4}{1 + e^x} dx = \int_0^1 \frac{e^x(x^2 - x^4)}{1 + e^x} dx$ が成り立つことを示し、

定積分 $\int_{-1}^1 \frac{x^2 - x^4}{1 + e^x} dx$ を求めよ。

(下書き用紙)

5

以下はそれぞれ個別の問題である。各問いに答えよ。

- (1) p, q を実数とし、互いに異なるベクトル $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を、

$$\vec{a} = (1, p), \vec{b} = (q, -1), \vec{c} = (-1, 1)$$

とする。 $\vec{a} - \vec{b}$ と $\vec{c}$ は垂直であり、 $\vec{b} - \vec{c}$ と $\vec{a}$ は平行であるとき、 p, q の値をそれぞれ求めよ。

- (2) 微分可能な関数 $f(x)$ が、すべての実数 x, y に対して

$$f(x+y) = f(x) + f(y)$$

を満たしている。このとき、 $f(0)$ の値を求めよ。また、 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)}{h} = 2$ のとき、 $f'(x)$ および $f(x)$ をそれぞれ求めよ。

- (3) $\int_{-1}^0 \frac{x^2 - x^4}{1 + e^x} dx = \int_0^1 \frac{e^x(x^2 - x^4)}{1 + e^x} dx$ が成り立つことを示し、

定積分 $\int_{-1}^1 \frac{x^2 - x^4}{1 + e^x} dx$ を求めよ。

- (4) n を整数とすると、 n^2 を 3 で割った余りは 2 にならないことを、

$n = 3k, n = 3k + 1, n = 3k + 2$ (k は整数) のそれぞれの場合について示せ。

また、 l, m, n を整数とすると、 $l^2 + m^2 = n^2$ ならば、 l または m は 3 の倍数となることを、背理法を用いて証明せよ。

(下書き用紙)

6 xy 座標平面上において、 x 軸上に点 $P_1(a_1, 0)$ (ただし、 $a_1 > 2$) がある。関数 $f(x)$ を $f(x) = x^3 - 8$ とするとき、 $x = a_1$ における曲線 $C : y = f(x)$ 上の点を $Q_1(a_1, f(a_1))$ とする。また、 Q_1 における C の接線 l_1 が x 軸と交わる点を $P_2(a_2, 0)$ とする。さらに、 $x = a_2$ における C 上の点を $Q_2(a_2, f(a_2))$ とし、 Q_2 における C の接線 l_2 が x 軸と交わる点を $P_3(a_3, 0)$ とする。このような操作を繰り返して得られる数列 $\{a_n\}$ を考える。以下の問いに答えよ。

- (1) 点 $Q_n(a_n, f(a_n))$ における曲線 C の接線 l_n の方程式を a_n を用いて表せ。
- (2) a_{n+1} を a_n を用いて表せ。
- (3) すべての自然数 n に対して、 $a_n > 2$ が成り立つことを数学的帰納法を用いて証明せよ。
- (4) すべての自然数 n に対して、 $a_n > a_{n+1}$ を示せ。
- (5) すべての自然数 n に対して、 $a_{n+1} - 2 < \frac{2}{3}(a_n - 2)$ を示し、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。

(下書き用紙)

7

原点を O とする xy 座標平面上において、放物線 $C: y = x^2$ と直線 $l: y = x$ があり、 C と l で囲まれた領域の周および内部を図形 F とする。

また、 C 上の点 $P(t, t^2)$ ($0 \leq t \leq 1$) を通り、 l に垂直な直線を m とし、 m と l との交点を Q とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 図形 F を x 軸の周りに 1 回転してできる回転体の体積 V_1 を求めよ。
- (2) 直線 m の方程式および点 Q の座標を、 t を用いてそれぞれ表せ。
- (3) 線分 PQ の長さの平方 (PQ^2) を t を用いて表せ。
- (4) 線分 OQ の長さを s とするとき、 s および $\frac{ds}{dt}$ を、 t を用いてそれぞれ表せ。
- (5) 図形 F を直線 l の周りに 1 回転してできる回転体の体積 V_2 を求めよ。また、(1) で求めた V_1 との比 $\frac{V_2}{V_1}$ を求めよ。

(下書き用紙)

8 下図のように、一辺の長さが 1 の正方形 OABC がある。辺 OA 上に点 P₁ をとり、

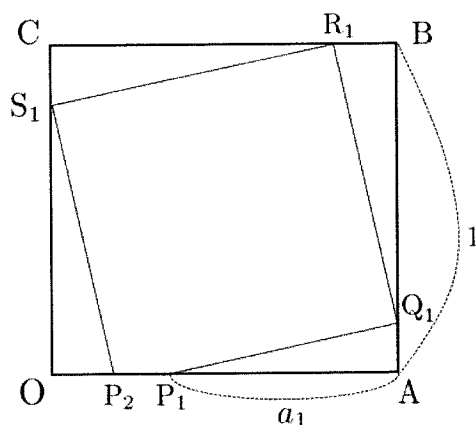
$AP_1 = a_1$ とする。ただし, $0 < a_1 < 1$ とする。

$\angle AP_1Q_1 = \angle BQ_1R_1 = \angle CR_1S_1 = \theta \left(0 < \theta < \frac{\pi}{4}\right)$ となるように点 Q_1, R_1, S_1 を、それぞれ辺 AB, BC, CO 上にとる。

さらに、 $\angle OS_1P_2 = \angle AP_2Q_2 = \angle BQ_2R_2 = \angle CR_2S_2 = \theta$ となるように点 P_2, Q_2, R_2, S_2 を、それぞれ辺 OA, AB, BC, CO 上にとる。

このような操作を繰り返し、点 P_n, Q_n, R_n, S_n を、それぞれ辺 OA, AB, BC, CO 上にとる。 $AP_n = a_n$ とするとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 線分 AQ_n , BR_n , CS_n の長さを, a_n , θ を用いてそれぞれ表せ。
- (2) a_{n+1} を a_n , θ を用いて表せ。
- (3) a_n を a_1 , n , θ を用いて表せ。
- (4) P_1 と P_2 が同じ点のとき, a_1 を θ を用いて表せ。また, P_1 と P_2 が異なる点のとき, この操作を繰り返すと, P_n は線分 OA をどのような比に内分する点に限りなく近づくか説明せよ。



义

(下書き用紙)

9

z に関する 4 次方程式 $z^4 + pz^2 + qz + 27 = 0$ (p, q は実数) がある。複素数 α と α^2 はこの 4 次方程式の解であり、 α の実部と虚部はともに正とする。以下の問いに答えよ。ただし、 $\bar{z}$ は複素数 z の共役複素数を表すものとする。

- (1) z_1, z_2 が複素数のとき、 $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$ 、および $\overline{z_1 z_2} = \overline{z_1} \overline{z_2}$ が成り立つことを示せ。
- (2) $\bar{\alpha}$ はこの 4 次方程式の解であることを示せ。
- (3) $\alpha + \alpha^2$ は純虚数であることを示せ。
- (4) $|\alpha|$ および α の値をそれぞれ求めよ。
- (5) この 4 次方程式のすべての解を求めよ。また、 p, q の値をそれぞれ求めよ。

(下書き用紙)

10* 原点を O とする xy 座標平面上において、放物線 $C: y = x^2$ と直線 $l: y = x$ があり、 C と l で囲まれた領域の周および内部を図形 F とする。

また、 C 上の点 $P(t, t^2)$ ($0 \leq t \leq 1$) を通り、 l に垂直な直線を m とし、 m と l との交点を Q とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 図形 F を x 軸の周りに 1 回転してできる回転体の体積 V_1 を求めよ。
- (2) 直線 m の方程式および点 Q の座標を、 t を用いてそれぞれ表せ。
- (3) 線分 PQ の長さの平方 (PQ^2) を t を用いて表せ。
- (4) 線分 OQ の長さを s とするとき、 s および $\frac{ds}{dt}$ を、 t を用いてそれぞれ表せ。
- (5) 図形 F を直線 l の周りに 1 回転してできる回転体の体積 V_2 を求めよ。また、
(1) で求めた V_1 との比 $\frac{V_2}{V_1}$ を求めよ。

(下書き用紙)

- 11*** ある町の中学校 1 年生の 50 メートル走における所要時間 (単位は秒) は、母平均 m 、母分散 1 の正規分布に従うものとする。

高校生の花子さんと太郎さんは、この母集団から無作為に何人かを抽出して、母集団の調査をそれぞれ行った。

表 1 は、花子さんが 10 人の生徒 (A, B, C, $\dots$, J) を無作為に抽出したときの各自の所要時間 (測定値) を示している。以下の問いに答えよ。必要に応じて、次のページの正規分布表を用いてもよい。

表 1

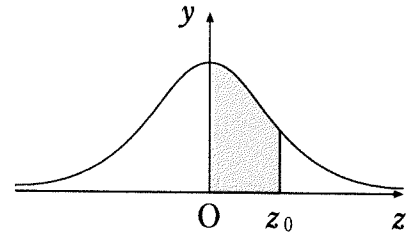
生徒	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
測定値 (秒)	9.0	9.0	8.0	8.0	9.0	9.0	10.0	9.0	10.0	x

(x は正の実数)

- 花子さんが選んだ 10 人の生徒のうち、J を除いた 9 人の標本の平均 m_1 と分散 S_1^2 を、それぞれ求めよ。
- 花子さんが選んだ (1) の 9 人の測定値の標本を用いて、母平均 m に対する信頼度 95% の信頼区間を、小数第 3 位を四捨五入して求めよ。
- 花子さんが選んだ 10 人の標本の平均 m_2 と分散 S_2^2 を、 x を用いてそれぞれ表せ。また、 $8 \leq x \leq 10$ のとき、平均 m_2 と分散 S_2^2 の取り得る値の範囲を、それぞれ求めよ。
- 太郎さんは、花子さんとは別に 4 人の生徒を無作為に抽出して調べることにした。母平均 $m = 8$ のとき、4 人の標本の平均が 9 秒以上となる確率を、小数第 3 位を四捨五入して求めよ。

正 規 分 布 表

次の表は、標準正規分布の分布曲線における右図の灰色部分の面積の値をまとめたものである。



z_0	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

(下書き用紙)

