

金沢大学

平成 29 年度入学者選抜学力検査問題

(前期日程)

数 学

理 工 学 域
数 物 科 学 類
物 質 化 学 類
機 械 工 学 類
電 子 情 報 学 類
環 境 デ ザ イ ン 学 類
自 然 シ ス テ ム 学 類
医 薬 保 健 学 域
医 学 類
薬 学 類 ・ 創 薬 科 学 類

(注 意)

- 1 問題紙は指示があるまで開かないこと。
- 2 問題紙は本文 2 ページであり，答案用紙は 4 枚である。
- 3 答えはすべて答案用紙の指定欄に記入し，網かけの部分や裏面には記入しないこと。
- 4 問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

1 次の問いに答えよ。

- (1) $z^6 + 27 = 0$ を満たす複素数 z をすべて求め、それらを表す点を複素数平面上に図示せよ。
- (2) (1) で求めた複素数 z を偏角が小さい方から順に $z_1, z_2, \dots$ とするとき、 z_1, z_2 と積 $z_1 z_2$ を表す 3 点が複素数平面上で一直線上にあることを示せ。ただし、偏角は 0 以上 2π 未満とする。

2 座標平面上の放物線 $y = x^2$ 上に点 $P(t, t^2)$ ($t > 0$) をとる。原点 $O(0, 0)$ を通り、直線 OP に垂直な直線を l とする。また、 $0 < a \leq 1$ として、点 $A(0, a)$ をとる。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 直線 PA と l は交わることを示し、その交点 $Q(u, v)$ の座標を t と a を用いて表せ。
- (2) t がすべての正の実数値をとって変化するとき、(1) で求めた点 $Q(u, v)$ の軌跡が $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, 1\right)$ を通るとする。このとき、定数 a の値を求め、点 $Q(u, v)$ の軌跡を求めよ。

3 $0 < a < 3$ とし, $0 \leq x \leq \pi$ の範囲で2つの関数

$$f(x) = 3 - a \sin x, \quad g(x) = 2 \cos^2 x$$

を考える。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $f(x) \geq g(x)$ ($0 \leq x \leq \pi$) となる a の値の範囲を求めよ。
- (2) 2つの曲線 $C_1: y = f(x)$ と $C_2: y = g(x)$ が、ちょうど2つの共有点をもつとき、共有点の x 座標 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) と a の値を求めよ。また、そのときの C_1 と C_2 の概形を同一座標平面上にかけ。
- (3) (2) のとき、 C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

4 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 3, \quad a_{n+1} = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{7}{a_n} \right) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $a_n > \sqrt{7}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) が成り立つことを示せ。
- (2) 数列 $\{b_n\}$ を

$$b_n = \frac{a_n - \sqrt{7}}{a_n + \sqrt{7}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定めるとき、 $b_{n+1} = b_n^2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) が成り立つことを示せ。

- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ と $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^{-n} \log(a_n - \sqrt{7})$ を求めよ。