令和７年度　個別学力試験問題

数　　学　(120 分)

●総　合　選　抜

文系，理系Ⅰ，理系Ⅱ，理系Ⅲ

●学類・専門学群選抜

社会・国際学群　(社会学類，国際総合学類)

人　間　学　群　(教育学類，心理学類，障害科学類)

生命環境学群　(生物学類，生物資源学類，地球学類)

理　工　学　群　(数学類，物理学類，化学類，応用理工学類，工学システム学類，社会工学類)

情　報　学　群　(情報科学類，情報メディア創成学類)

医　　学　　群　(医学類，医療科学類)

注　意

1. 問題冊子は１ページから６ページまでである。
2. 解答すべき問題番号を下表で確認のうえ指定の解答用紙に解答すること。
3. 問題冊子及び解答用紙の表紙，計算用紙は持ち帰ること。

選抜区分・学類		解答すべき問題						備考
		1	2	3	4	5	6	
総合選抜	文系	□	□	□				□印から２問を選択解答すること。
	理系Ⅰ，理系Ⅱ，理系Ⅲ	□	□	□	△	△	△	□印から２問を選択，△印から２問を選択，計４問を解答すること。
学類・専門学群選抜	社会学類，国際総合学類	□	□	□				□印から２問を選択解答すること。
	教育学類，心理学類，障害科学類 生物学類，生物資源学類，地球学類 数学類，物理学類，化学類 応用理工学類，工学システム学類 社会工学類 情報科学類，情報メディア創成学類 医学類，医療科学類	□	□	□	△	△	△	□印から２問を選択，△印から２問を選択，計４問を解答すること。

◇M7(165—100)

〔1〕 実数の組（a, r）に関する以下の条件（A）を考える。

（A） 初項a, 公比rの等比数列$\{a_n\}$は，すべての正の整数nについて$\tan a_{n+1} = \tan 3a_n$を満たす。ただし，いずれの正の整数nに対しても，a_nおよび$3a_n$は$\dfrac{1}{2}\pi + k\pi$（kは整数）の形でない。

(1) 組（a, r）が条件（A）を満たすとき，$\tan ar = \tan 3a$および$\tan ar^2 = \tan 3ar$が成り立つことを示せ。

(2) 組（a, r）が条件（A）を満たし，かつ$\dfrac{a}{\pi}$が無理数であるとき，$r = 3$であることを示せ。

(3) 組$\left(\dfrac{2}{5}\pi,\ r\right)$が条件（A）を満たすとき，$r$は整数であることを示せ。

(4) $1 \leqq r \leqq 10$を満たすrで，組$\left(\dfrac{2}{5}\pi,\ r\right)$が条件（A）を満たすものをすべて求めよ。

〔2〕 正の実数 p に対して，$f(x) = x^3 - x + p$ とする。

(1) x についての方程式 $f(x) = 0$ がただ1つの実数解をもつとき，p のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) a, b, c は実数で $c > 0$ とする。また，i を虚数単位とする。a, $b + ci$, $b - ci$ が方程式 $f(x) = 0$ の解であるとき，a, c, p をそれぞれ b を用いて表し，b のとりうる値の範囲を求めよ。

(3) (2)の b, c について，少なくともどちらか一方は整数でないことを示せ。

〔3〕 座標平面において円 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ を C とする。a を1より大きい実数とし，2点 $\mathrm{A}(2a,\ 0)$，$\mathrm{B}(-a,\ 0)$ をとる。点Aを通る円 C の2本の接線のうち傾きが小さい方を ℓ_1 とし，点Bを通る円 C の2本の接線のうち傾きが大きい方を ℓ_2 とする。ℓ_1 と ℓ_2 の交点をDとする。

(1) 直線 ℓ_1 の方程式を a を用いて表せ。

(2) 点Dから x 軸へ下ろした垂線と x 軸の交点をHとする。△BDHと△ADHの面積の比が5：4であるとき，a の値を求めよ。

(3) a が(2)で求めた値であるとき，$\angle \mathrm{ADB}=\dfrac{\pi}{2}$ であることを示せ。また，△ABDの外接円の中心と半径を求めよ。

〔4〕 i を虚数単位とする。a は1でない正の実数の定数とする。複素数平面において，方程式 $|z-a^2i|=a|z-i|$ を満たす点 z が表す図形を C とする。

(1) 図形 C は原点Oを中心とする円であることを示し，その半径を求めよ。

以下の問いでは点 z は円 C 上を動くとし，z の偏角を θ とする。ただし $0 \leqq \theta < 2\pi$ とする。また，$w=z-\dfrac{1}{z}$ とおく。

(2) $|w-2i|^2$ を a と $\sin\theta$ を用いて表せ。

(3) $|w-2i|+|w+2i|$ は点 z の位置によらない定数であることを示せ。

〔5〕 $f(x)=\dfrac{\sin(\log x)}{x}$ $(x>1)$ について以下の問いに答えよ。

(1) $f'(x)$，$f''(x)$ を求めよ。

(2) n を正の整数とする。関数 $f(x)$ が極大値をとる x で，$e^{2(n-1)\pi}<x<e^{2n\pi}$ となるものがただ1つ存在することを示せ。また，関数 $f(x)$ が極小値をとる x で，$e^{2(n-1)\pi}<x<e^{2n\pi}$ となるものがただ1つ存在することを示せ。

(3) 正の整数 n に対して，(2)の極大値をとる x を α_n，極小値をとる x を β_n とする。このとき，

$$\frac{1}{\pi}\left\{\log\left|\sum_{n=1}^{\infty}f''(\alpha_n)\right|-\log\left|\sum_{n=1}^{\infty}f''(\beta_n)\right|\right\}$$

は整数となる。その値を求めよ。

〔６〕 $f(x)=\sqrt{x}\,e^{-\frac{x^2}{4}}$ $(x \geqq 0)$とし，$\alpha=\int_0^5 f(x)dx$とする。

(1) $f(x)$ $(x \geqq 0)$が最大値をとることを示し，その値Mを求めよ。

(2) $0 \leqq x \leqq 5$において$e^{-\frac{25}{4}}\sqrt{x} \leqq f(x)$を示せ。また，$\frac{10}{3}f(5) \leqq \alpha$を示せ。

(3) Mは(1)で求めたものとし，実数tは$\frac{2}{3}f(5) \leqq t \leqq M$の範囲を動くとする。曲線$y=f(x)-t$ $(x \geqq 0)$，２直線$x=0$，$x=5$，およびx軸で囲まれた図形を，x軸の周りに１回転させてできる回転体の体積を$V(t)$とする。$V(t)$の最小値をαを用いて表せ。