

平成 21 年度 個別学力試験問題 数 学 (120 分)

社会・国際学群 (社会学類, 国際総合学類)
 人間学群 (教育学類, 心理学類, 障害科学類)
 生命環境学群 (生物学類, 生物資源学類, 地球学類)
 理工学群 (数学類, 物理学類, 化学類, 応用理工学類, 工学システム学類, 社会工学類)
 情報学群 (情報科学類, 情報メディア創成学類, 知識情報・図書館学類)
 医学群 (医学類, 医療科学類)

注 意

- 1 問題冊子は1ページから6ページまでである。
- 2 受験者は、志望する学類の解答すべき問題を下表で確認のうえ、解答しなさい。選択問題も含まれているので十分注意すること。
 ※ ○印のついた問題は必ず解答し、△印もしくは□印のついた問題については選択解答すること。
 それ以外の問題を解答してはならない。
- 3 解答用紙は問題に対応するものを使用すること。
- 4 国際総合学類においては、「数学Ⅱ・数学B」または「数学Ⅲ・数学C」の問題のいずれかを選択解答すること。
- 5 教育学類, 心理学類および障害科学類においては、「数学Ⅱ・数学B」, 「数学Ⅲ」または「数学C」の問題のいずれかを選択解答すること。
- 6 知識情報・図書館学類においては、「数学Ⅱ・数学B」, 「数学Ⅱ・数学C」, 「数学Ⅲ・数学B」または「数学Ⅲ・数学C」の問題のいずれかを選択解答すること。

学 類		解答すべき問題						備 考	
		数学Ⅱ	数学Ⅲ	数学B	数学C				
		1	2	3	4	5	6		
社 会 学 類		○			○			○印の問題2問を解答すること。	
国 際 総 合 学 類	「数学Ⅱ・数学B」選択者	○			○			○印の問題2問を解答すること。	
	「数学Ⅲ・数学C」選択者		△	△		□	□	△印の中から1問、□印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。	
教 育 学 類		「数学Ⅱ・数学B」選択者	○		○			○印の問題2問を解答すること。	
心 理 学 類		「数学Ⅲ」選択者		○	○			○印の問題2問を解答すること。	
障 害 科 学 類		「数学C」選択者				○	○	○印の問題2問を解答すること。	
生 物 学 類			○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
生 物 資 源 学 類			○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
地 球 学 類			△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
数 学 類			△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
物 理 学 類			△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
化 学 類			△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
応 用 理 工 学 類			△	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計4問を解答すること。
工学システム学類			△	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計4問を解答すること。
社 会 工 学 類			△	○	○	△	□	□	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問、□印の中から1問を選択解答。計4問を解答すること。
情 報 科 学 類			○	○	○	○	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
情報メディア創成学類			○	○	○	○	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
知識情報・図書館学類	「数学Ⅱ・数学B」選択者	○			○				○印の問題2問を解答すること。
	「数学Ⅱ・数学C」選択者	○				△	△		○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
	「数学Ⅲ・数学B」選択者		△	△	○				○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
	「数学Ⅲ・数学C」選択者		△	△		□	□		△印の中から1問、□印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
医 学 類			○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
医 療 科 学 類			○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。

〔 1 〕 以下の問いに答えよ。

(1) 等式 $\cos 3\theta = 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta$ を示せ。

(2) $2 \cos 80^\circ$ は 3 次方程式 $x^3 - 3x + 1 = 0$ の解であることを示せ。

(3) $x^3 - 3x + 1 = (x - 2 \cos 80^\circ)(x - 2 \cos \alpha)(x - 2 \cos \beta)$ となる角度 α, β を求めよ。ただし $0^\circ < \alpha < \beta < 180^\circ$ とする。

〔2〕 xyz 空間内において, yz 平面上で放物線 $z = y^2$ と直線 $z = 4$ で囲まれる平面図形を D とする。点 $(1, 1, 0)$ を通り z 軸に平行な直線を ℓ とし, ℓ のまわりに D を 1 回転させてできる立体を E とする。

(1) D と平面 $z = t$ との交わりを D_t とする。ただし $0 \leq t \leq 4$ とする。点 P が D_t 上を動くとき, 点 P と点 $(1, 1, t)$ との距離の最大値, 最小値を求めよ。

(2) 平面 $z = t$ による E の切り口の面積 $S(t)$ ($0 \leq t \leq 4$) を求めよ。

(3) E の体積 V を求めよ。

[3] $f(x)$ を整式で表される関数とし, $g(x) = \int_0^x e^t f(t) dt$ とおく。任意の実数 x について

$$x(f(x) - 1) = 2 \int_0^x e^{-t} g(t) dt$$

が成り立つとする。

(1) $xf''(x) + (x+2)f'(x) - f(x) = 1$ が成り立つことを示せ。

(2) $f(x)$ は定数または 1 次式であることを示せ。

(3) $f(x)$ および $g(x)$ を求めよ。

〔 4 〕 自然数の数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ は

$$(5 + \sqrt{2})^n = a_n + b_n \sqrt{2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすものとする。

(1) $\sqrt{2}$ は無理数であることを示せ。

(2) a_{n+1} , b_{n+1} を a_n, b_n を用いて表せ。

(3) すべての自然数 n に対して $a_{n+1} + pb_{n+1} = q(a_n + pb_n)$ が成り立つような定数 p, q を 2 組求めよ。

(4) a_n, b_n を n を用いて表せ。

〔5〕 実数 a に対し，行列 $A = \begin{pmatrix} a-1 & a-2 \\ a-2 & 1-a \end{pmatrix}$ を考える。 n を自然数とし，座

標平面上において，行列 A^n により点 $(1, 0)$ が点 P_n に移り，点 $(0, 1)$ が点 Q_n に移るものとする。2 点 P_n, Q_n の間の距離を $P_n Q_n$ で表す。

(1) $P_1 Q_1$ を求めよ。

(2) A^n を a と n を用いて表せ。

(3) n が固定され， a が実数全体を動くとき， $P_n Q_n$ の最小値を求めよ。

〔 6 〕 点 $P(x, y)$ が双曲線 $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ 上を動くとき、点 $P(x, y)$ と点 $A(a, 0)$ との距離の最小値を $f(a)$ とする。

(1) $f(a)$ を a で表せ。

(2) $f(a)$ を a の関数とみなすとき、 ab 平面上に曲線 $b = f(a)$ の概形をかけ。