

# 平成 20 年度 個別学力試験問題

## 数 学 (120 分)

- 社会・国際学群 (社会学類, 国際総合学類)  
 人間学群 (教育学類, 心理学類, 障害科学類)  
 生命環境学群 (生物学類, 生物資源学類, 地球学類)  
 理工学群 (数学類, 物理学類, 化学類, 応用理工学類, 工学システム学類, 社会工学類)  
 情報学群 (情報科学類, 情報メディア創成学類, 知識情報・図書館学類)  
 医学群 (医学類, 医療科学類)

### 注 意

- 1 問題冊子は1ページから6ページまでである。
- 2 受験者は、志望する学類の解答すべき問題を下表で確認のうえ、解答しなさい。選択問題も含まれているので十分注意すること。  
 ※ ○印のついた問題は必ず解答し、△印もしくは□印のついた問題については選択解答すること。それ以外の問題を解答してはならない。
- 3 解答用紙は問題に対応するものを使用すること。
- 4 国際総合学類においては、「数学Ⅱ・数学B」または「数学Ⅲ・数学C」の問題のいずれかを選択解答すること。
- 5 教育学類、心理学類および障害科学類においては、「数学Ⅱ・数学B」、「数学Ⅲ」または「数学C」の問題のいずれかを選択解答すること。
- 6 知識情報・図書館学類においては、「数学Ⅱ・数学B」、「数学Ⅱ・数学C」、「数学Ⅲ・数学B」または「数学Ⅲ・数学C」の問題のいずれかを選択解答すること。

学 類	解答すべき問題						備 考	
	数学Ⅱ	数学Ⅲ	数学B	数学C				
	1	2	3	4	5	6		
社会学類	○			○			○印の問題2問を解答すること。	
国際総合学類	「数学Ⅱ・数学B」選択者	○			○		○印の問題2問を解答すること。	
	「数学Ⅲ・数学C」選択者		△	△		□	□	△印の中から1問、□印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
教育学類	「数学Ⅱ・数学B」選択者	○			○		○印の問題2問を解答すること。	
心理学類	「数学Ⅲ」選択者		○	○			○印の問題2問を解答すること。	
障害科学類	「数学C」選択者					○	○	○印の問題2問を解答すること。
生物学類		○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
生物資源学類		○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
地球学類		△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
数学類		△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
物理学類		△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
化学類		△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
応用理工学類		△	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計4問を解答すること。
工学システム学類		△	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計4問を解答すること。
社会工学類		△	○	○	△	□	□	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問、□印の中から1問を選択解答。計4問を解答すること。
情報科学類		△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
情報メディア創成学類		△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
知識情報・図書館学類	「数学Ⅱ・数学B」選択者	○			○			○印の問題2問を解答すること。
	「数学Ⅱ・数学C」選択者	○				△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
	「数学Ⅲ・数学B」選択者		△	△	○			○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
	「数学Ⅲ・数学C」選択者		△	△		□	□	△印の中から1問、□印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
医学類		○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
医療科学類		○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。

[1]  $p, q$  を正の実数とする。  $x$  の方程式

$$\log_{10}(px) \cdot \log_{10}(qx) + 1 = 0$$

が 1 より大きい解をもつとき、点  $(\log_{10} p, \log_{10} q)$  の存在する範囲を座標平面上に図示せよ。

[ 2 ]  $xyz$  空間内の点  $P(1, 0, 1)$  と,  $xy$  平面上の円  $C: x^2 + (y - 2)^2 = 1$  に属する点  $Q(\cos \theta, 2 + \sin \theta, 0)$  を考える。

(1) 直線  $PQ$  と平面  $z = t$  の交点の座標を  $(\alpha, \beta, t)$  とするとき,  $\alpha^2 + \beta^2$  を  $t$  と  $\theta$  で表せ。

(2) 線分  $PQ$  を  $z$  軸のまわりに 1 回転させてできる曲面と平面  $z = 0, z = 1$  によって囲まれる立体の体積を  $\theta$  で表せ。

(3)  $Q$  が  $C$  上を一周するとき, (2) で求めた体積の最大値, 最小値を求めよ。

[3]  $e$  は自然対数の底とする。  $t > e$  において関数  $f(t)$ ,  $g(t)$  を次のように定める。

$$f(t) = \int_1^e \frac{t^2 \log x}{t-x} dx, \quad g(t) = \int_1^e \frac{x^2 \log x}{t-x} dx.$$

(1)  $f(t) - g(t)$  を  $t$  の 1 次式で表せ。

(2)  $1 \leq x \leq e$  かつ  $t > e$  のとき  $\frac{1}{t-x} \leq \frac{1}{t-e}$  が成り立つことを用いて、  
 $\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = 0$  を示せ。

(3)  $\lim_{t \rightarrow \infty} \left( f(t) - \frac{bt^2}{t-a} \right) = 0$  となる定数  $a$ ,  $b$  を求めよ。

[ 4 ] 二つの数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  を次の漸化式によって定める。

$$a_1 = 3, b_1 = 1$$

$$a_{n+1} = \frac{1}{2}(3a_n + 5b_n)$$

$$b_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + 3b_n)$$

- (1) すべての自然数  $n$  について,  $a_n^2 - 5b_n^2 = 4$  であることを示せ。
- (2) すべての自然数  $n$  について,  $a_n, b_n$  は自然数かつ  $a_n + b_n$  は偶数であることを証明せよ。

[5] 行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$  について、次の問いに答えよ。

(1)  $P = \begin{pmatrix} 1 & -a \\ a & 1 \end{pmatrix}$ ,  $D = \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{pmatrix}$  とする。 $AP = PD$  が成り立つとき、

$a, x, y$  を求めよ。ただし  $a > 0$  とする。

(2)  $(A + tE)^n = 4E$  が成り立つような実数  $t$  と自然数  $n$  の組をすべて求めよ。

ただし  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  とする。

[6] 放物線  $C: y = x^2$  上の異なる 2 点  $P(t, t^2)$ ,  $Q(s, s^2)$  ( $s < t$ ) における接線の交点を  $R(X, Y)$  とする。

(1)  $X, Y$  を  $t, s$  を用いて表せ。

(2) 点  $P, Q$  が  $\angle PRQ = \frac{\pi}{4}$  を満たしながら  $C$  上を動くとき、点  $R$  は双曲線上を動くことを示し、かつ、その双曲線の方程式を求めよ。