

# 平成 19 年度 個別学力試験問題

## 数 学 (120 分)

- 社会・国際学群 (社会学類, 国際総合学類)  
 人間学群 (教育学類, 心理学類, 障害科学類)  
 生命環境学群 (生物学類, 生物資源学類, 地球学類)  
 理工学群 (数学類, 物理学類, 化学類, 応用理工学類, 工学システム学類, 社会工学類)  
 情報学群 (情報科学類, 情報メディア創成学類, 知識情報・図書館学類)  
 医学群 (医学類, 医療科学類)

### 注 意

- 1 問題冊子は1ページから6ページまでである。
- 2 受験者は、志望する学類の解答すべき問題を下表で確認のうえ、解答しなさい。選択問題も含まれているので十分注意すること。  
 ※ ○印のついた問題は必ず解答し、△印もしくは□印のついた問題については選択解答すること。それ以外の問題を解答してはならない。
- 3 解答用紙は問題に対応するものを使用すること。
- 4 国際総合学類においては、「数学Ⅱ・数学B」または「数学Ⅲ・数学C」の問題のいずれかを選択解答すること。
- 5 教育学類, 心理学類および障害科学類においては、「数学Ⅱ・数学B」, 「数学Ⅲ」または「数学C」の問題のいずれかを選択解答すること。
- 6 知識情報・図書館学類においては、「数学Ⅱ・数学B」, 「数学Ⅱ・数学C」, 「数学Ⅲ・数学B」または「数学Ⅲ・数学C」の問題のいずれかを選択解答すること。

学 類	解答すべき問題						備 考
	数学Ⅱ	数学Ⅲ		数学B	数学C		
	1	2	3	4	5	6	
社会学類	○			○			○印の問題2問を解答すること。
国際総合学類	○			○			「数学Ⅱ・数学B」選択用。○印の問題2問を解答すること。
		△	△		□	□	「数学Ⅲ・数学C」選択用。△印の中から1問, □印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
教育学類	○			○			「数学Ⅱ・数学B」選択用。○印の問題2問を解答すること。
心理学類		○	○				「数学Ⅲ」選択用。○印の問題2問を解答すること。
障害科学類					○	○	「数学C」選択用。○印の問題2問を解答すること。
生物学類	○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
生物資源学類	○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
地球学類	△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
数学類	△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
物理学類	△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
化学類	△	○	○	△	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
応用理工学類	△	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計4問を解答すること。
工学システム学類	△	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計4問を解答すること。
社会工学類	△	○	○	△	□	□	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問, □印の中から1問を選択解答。計4問を解答すること。
情報科学類	○	○	○	○	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
情報メディア創成学類	○	○	○	○	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
知識情報・図書館学類	○			○			「数学Ⅱ・数学B」選択用。○印の問題2問を解答すること。
	○				△	△	「数学Ⅱ・数学C」選択用。○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
		△	△	○			「数学Ⅲ・数学B」選択用。○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
		△	△		□	□	「数学Ⅲ・数学C」選択用。△印の中から1問, □印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
医学類	○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
医療科学類	○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。

[ 1 ]  $xy$  平面上に 2 定点  $A(1, 0)$  と  $O(0, 0)$  をとる。また,  $m$  を 1 より大きい実数とする。

(1)  $AP : OP = m : 1$  を満たす点  $P(x, y)$  の軌跡を求めよ。

(2) 点  $A$  を通る直線で, (1) で求めた軌跡との共有点が 1 個のものを求めよ。また, その共有点の座標も求めよ。

[2] 関数  $f(x) = b + \frac{1}{b} - e^{ax} - e^{-ax}$  について、以下の問いに答えよ。ただし、 $a > 0$ 、 $b > 1$  とする。

(1)  $f(x) \geq 0$  を満たす  $x$  の範囲を求めよ。

(2) 曲線  $y = \sqrt{f(x)}$  と  $x$  軸で囲まれた図形を  $x$  軸のまわりに 1 回転させてできる回転体の体積  $V$  を求めよ。

(3)  $a = b \log b$  のとき、(2)で求めた体積  $V$  を  $V(b)$  と表す。

このとき、 $\lim_{b \rightarrow \infty} V(b) = 2\pi$  となることを示せ。

[ 3 ]

(1)  $\int_0^{\pi} x^2 \cos^2 x dx$  を求めよ。

(2) 定数  $a$  に対して,

$$f(x) = ax \sin x + x + \frac{\pi}{2}$$

とおく。このとき、不等式

$$\int_0^{\pi} \{f'(x)\}^2 dx \geq f\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

を満たす  $a$  の範囲を求めよ。ただし、 $f'(x)$  は  $f(x)$  の導関数とする。

[ 4 ]

- (1) 一般項  $a_n$  が  $an^3 + bn^2 + cn$  で表される数列  $\{a_n\}$  において,

$$n^2 = a_{n+1} - a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

が成り立つように, 定数  $a, b, c$ , を定めよ。

- (2) (1)の結果を用いて,  $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$  となることを示せ。

- (3)  $1, 2, \dots, n$  の相異なる 2 数の積のすべての和を  $S(n)$  とする。たとえば,  $S(3) = 1 \times 2 + 1 \times 3 + 2 \times 3 = 11$  である。 $S(n)$  を  $n$  の 4 次式で表せ。

[5]  $a \neq 0$  とする。  $A = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$  に対して、2次正方行列  $P$  が

$$PA = A + B, \quad PB = A - B$$

を満たしている。

(1)  $a$  と  $b$  を用いて  $P$  を表し、 $P$  が逆行列  $P^{-1}$  をもつことを示せ。

(2)  $\begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix} = P^{-1}B$  とおく。 $xy$  平面において、点  $(a, b)$  が放物線  $x = y^2 + 2$

上を動くとき、点  $(s, t)$  の軌跡を求めよ。ただし、 $|y| \leq 1$  とする。

[ 6 ]  $xy$  平面上で、2次曲線  $C : x^2 + ay^2 + by = 0$  が直線  $L : y = 2x - 1$  に点  $P$  で接している。ただし、 $a \neq -\frac{1}{4}$  とする。

(1)  $a$  と  $b$  の関係式を求めよ。

(2)  $C$  が楕円、放物線、双曲線となるそれぞれの場合に、 $b$  の値の範囲を求めよ。

(3)  $C$  が楕円となる場合の接点  $P$  の存在範囲を求め、 $xy$  平面上に図示せよ。