

B

平成 22 年度個別学力検査問題(医学部)

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は、2 ページあり、問題は(1)から(3)まで3 題あります。解答用紙は3 枚あります。  
試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 監督者の指示に従って、解答用紙に受験番号を記入しなさい。
- 4 解答は、解答用紙の該当箇所に記入しなさい。ただし、該当箇所に記入しきれない場合は、その解答用紙の裏に記入してもよい。その場合、裏に記入したと明記しなさい。ただし、解答用紙の裏の上部 5 cm 以内には解答を記入してはいけません。
- 5 配付された解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
- 6 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

(1) 3次方程式  $x^3 - 2x^2 + 3x - 7 = 0$  の3つの解を  $\alpha, \beta, \gamma$  とするとき、次の式の値を求めよ。

(i)  $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$

(ii)  $\alpha^2\beta^2 + \beta^2\gamma^2 + \gamma^2\alpha^2$

(iii)  $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3$

(2)  $xy$  平面上の四角形  $OABC$  において、対角線  $OB$  を考え、 $\angle AOB$  の二等分線と  $\angle OAB$  の二等分線の交点を  $I$ 、 $\angle BOC$  の二等分線と  $\angle OCB$  の二等分線の交点を  $I'$  とする。次の問いに答えよ。

(i)  $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ ,  $|\overrightarrow{OA}| = a$ ,  $|\overrightarrow{OB}| = b$ ,  $|\overrightarrow{AB}| = p$  とするとき、これらを用いて  $\overrightarrow{OI}$  を表せ。

(ii) 4点  $O, A, B, C$  を  $O(0, 0)$ ,  $A(1, 1)$ ,  $B\left(\frac{3-\sqrt{3}}{2}, \frac{3+\sqrt{3}}{2}\right)$ ,  $C(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$  と定める。 $\overrightarrow{OA}$  と  $\overrightarrow{OI'}$  がなす角を  $\theta$  とするとき、 $\cos \theta$  の値を求めよ。

(3)  $\log x$  は  $x$  の自然対数であり, 自然対数の底  $e$  の値は  $2.718\cdots$  である。  
 $f_0(x) = 1$  とし, 自然数  $n$  に対して  $f_n(x) = (\log x)^n$  とする。次の問いに答えよ。

(i) 方程式  $f_n(x) = x$  が異なる 3 つの実数解をもつときの  $n$  をすべて求めよ。必要ならば, すべての自然数  $n$  に対して  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\log x)^n}{x} = 0$  であることを用いてもよい。

(ii)  $a_0 = \int_1^e f_0(x) dx$  とし,  $a_n = \frac{1}{n!} \int_1^e f_n(x) dx$  とする。自然数  $n$  に対して  $a_{n-1}$  と  $a_n$  の関係式を求めよ。

(iii) (ii) の関係式を用いて, 極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^k}{k!}$  を求めよ。