平成19年度入学者選抜学力検査問題

理　　科

（医　学　部）

科　　　目	頁　　　数
物　　　理　I・II	1　頁　～　9　頁
化　　　学　I・II	10　頁　～　15　頁
生　　　物　I・II	16　頁　～　24　頁

注　意　事　項　I

この冊子には物理，化学，生物の問題がのっているが，そこから二つを選択し，解答すること。

注　意　事　項　II

1　試験開始の合図があるまでこの冊子を開いてはいけない。

2　試験開始の合図のあとで問題冊子の頁数を確認すること。

3　解答にかかる前に必ず受験番号を記入すること。

4　解答は必ず解答用紙の所定の欄に記入すること。
　所定の欄以外に記入したものは無効である。

5　解答用紙は一切持ち帰ってはいけない。

6　問題冊子は持ち帰ってよい。

（この頁は空白）

物　理　Ⅰ・Ⅱ

1 次の文章を読み，下の問いに答えなさい。

図1のような半円形のレールを考える。レールの断面はコの字型で，レールの底面と側面は直角となるように作られている。このレールに半径a〔m〕の球形の物体を置き，レールを鉛直方向の中心軸まわりに回転させる。球体はレールの底面と側面に接しながら動くことができ，球体とレールの間には摩擦がないものとする。図2はレールと球体を真横から見た様子を示している。簡単のためにレールの側面は省略してある。

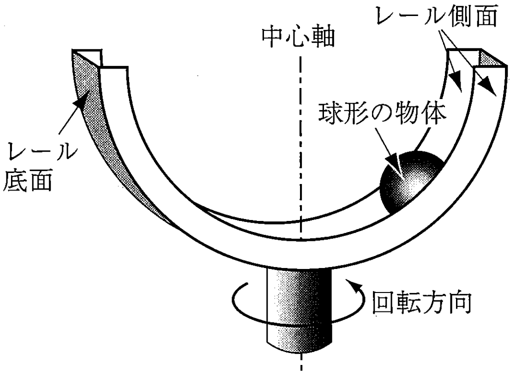

図1

半円形レールの中心から球体の中心までの距離をR〔m〕とし，レール上にある球体の位置をレールの中心軸から測った角度θ〔rad〕で表す。球体は変形しない堅い物質で作られており，その質量m〔kg〕は球体の中心に集中しているものとする。なお，質量が集中している部分の大きさは考えなくてよい。また，重力加速度はg〔m/s^2〕とする。

レールが角速度ω〔rad/s〕で回転しているとき，球体に働く力がつり合う位置を調べてみよう。以下，球体の中心とレールの中心軸を含む平面内に働く力について考える。図3のように，レールとともに回転する座標系を設定する。原点は球体の中心で，レールの中心の向きにy軸をとり，y軸と直交して角度θが増える向きにx軸をとる。このような座標系で考えると，球体には重力とレール底面からの垂直抗力，および，レールが回転しているために $\boxed{\quad 1 \quad}$ が働く。(a)

垂直抗力の大きさをN〔N〕と書くと，球体に働く力のx成分f_x〔N〕とy成分f_y〔N〕は

$$f_x = \boxed{\quad 2 \quad},\ f_y = \boxed{\quad 3 \quad} \qquad (1)$$

となる。このことから，球体に働く力がつり合うのは，球体の位置がg，R，ωを用いて

$$\cos\theta = \boxed{\quad 4 \quad} \qquad (2)$$

となる場合と，$\theta = 0$の場合であることが分かる。式(2)の結果から，球体の位置が$\theta \neq 0$である

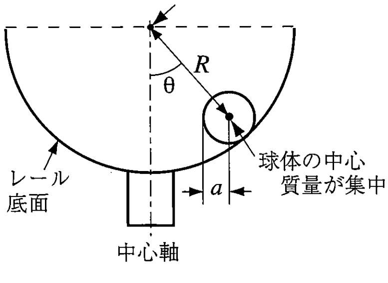

図2

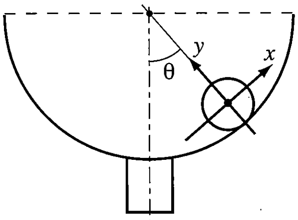

図3

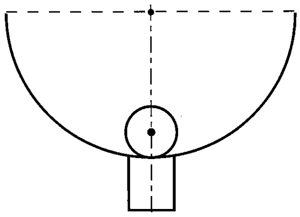

図4

ときに，力がつり合うための条件は，

$$\omega^2 > \boxed{\quad 5 \quad} \tag{3}$$

と表すことができる。角速度 ω が式(3)の条件を満たしている場合，何らかの原因で球体が $\theta \neq 0$ のつり合いの位置からずれると，球体には球体を元の位置に戻す向きの力が働く。(b) したがって，球体はつり合いの位置に安定に留まることができる。

ところで，図4のように，球体がレールの最下点，すなわち，$\theta = 0$ の位置にあるときも球体に働く力はつり合う。しかし，角速度 ω が式(3)の条件を満たしている場合，この位置から球体がずれると，球体に働く力は，ずれをさらに大きくする向きとなる。(c) したがって，レールが式(3)の条件を満たす角速度 ω で回転しているとき，球体は $\theta = 0$ の位置に安定して留まることができない。

次に，図5のような水平部分と斜面部分からなるレールを考える。レールの断面と球体については半円形レールの場合と同様で，レールは中心軸のまわりに角速度 ω で回転している。図6のように，球体がレールの水平部分と斜面部分の両方に接している場合について考えてみる。レールの中心軸から球体の中心までの距離を ℓ〔m〕として，球体が水平部分と接しているA点で受ける垂直抗力の大きさを N_A〔N〕，斜面部分と接しているB点で受ける垂直抗力の大きさを N_B〔N〕と書く。図に示したように，斜面の傾斜角を ϕ〔rad〕($\phi > 0$)とすると，力のつり合いの条件は，

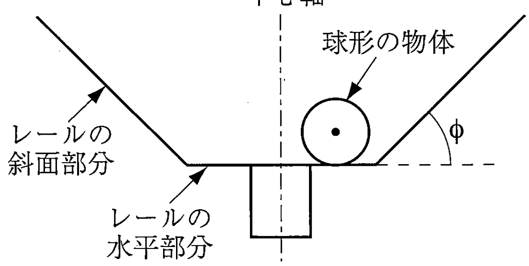

図5

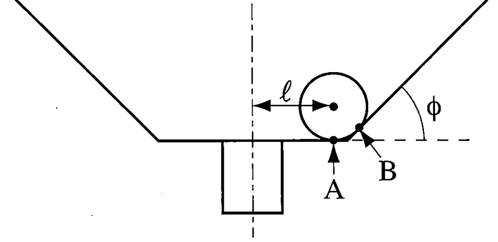

図6

鉛直方向：$\boxed{\quad 6 \quad} = 0$　(4)

水平方向：$\boxed{\quad 7 \quad} = 0$　(5)

となる。これらの条件から，垂直抗力 N_A は m，g，ℓ，ω，ϕ を用いて

$$N_A = \boxed{\quad 8 \quad} \tag{6}$$

と書くことができる。式(6)を調べると，レールの角速度 ω が大きくなるにつれて，球体が水平レールから受ける垂直抗力 N_A は小さくなっていくことが分かる。このことから，球体が図6の位置に留まるための条件は，

$$\omega^2 < \boxed{\quad 9 \quad} \tag{7}$$

となる。一方，角速度についての条件が

$$\omega^2 > \boxed{\quad 9 \quad} \tag{8}$$

となると，球体は図6の位置に留まることができず，斜面を登っていくことになる。

図7のように，球体が斜面上にある場合について考えてみる。図に示したように，レールとともに回転する座標系を設定する。原点は球体の中心で，レール底面に対して垂直にy軸をとり，斜面に沿ってx軸をとる。球体の中心からレールの中心軸までの距離をr〔m〕とし，球体がレールから受ける垂直抗力の大きさをN〔N〕と書くと，球体に働く力のx成分f_x〔N〕とy成分f_y〔N〕は

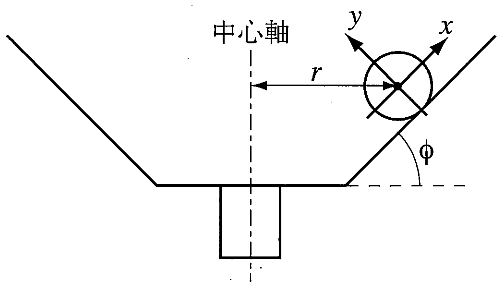

図7

$$f_x = \boxed{\quad 10 \quad},\quad f_y = \boxed{\quad 11 \quad} \tag{9}$$

となる。このことから，レールの角速度ωが式(8)の条件を満たしている場合，球体に働く力のx成分f_xは，斜面上の球体の位置によらず，常に同じ符号となることが分かる。

問1　文中の空欄に入る適切な語句または数式を解答用紙の解答欄に書きなさい。

問2　下線部(a)について，球体に働く力の様子を解答用紙の図に矢印で記入しなさい。
なお，力の種類が分かるように説明を付けておくこと。

問3　下線部(b)について，球体に働く力が，ずれを戻す向きとなる理由を説明しなさい。

問4　下線部(c)について，球体に働く力が，ずれを大きくする向きとなる理由を説明しなさい。

問5　水平部分と斜面部分からなるレールの場合について，レールの角速度が式(7)の条件を満たす場合，球体は図6の位置に安定に留まることができる。一方，レールの角速度が式(8)の条件を満たす場合，球体はレール上のどの場所にも安定して留まることができない。

角速度が式(8)の条件を満たす場合，球体がどの場所にも安定して留まることができない理由を簡潔に説明しなさい。

2 次の文章を読み，下の問いに答えなさい。

宇宙から降りそそぐ1次宇宙線は，大気を構成している物質の原子核と衝突して様々な2次宇宙線を作り出す。このうち，中性子nが大気中の${}^{14}_{7}\mathrm{N}$と衝突すると[(a)]

$$ {}^{14}_{7}\mathrm{N} + \mathrm{n} \longrightarrow {}^{14}_{6}\mathrm{C} + \mathrm{p} \tag{1} $$

という原子核および核子に関する反応(核反応)が起こる。この核反応において炭素の放射性同位体${}^{14}_{6}\mathrm{C}$が作られ，陽子pが放出される。ここで，元素記号の左上の数字は質量数，左下の数字は原子番号を表している。以下，原子番号は省略する。式(1)の核反応によって${}^{14}\mathrm{C}$は絶えず作られているが，同時に半減期約6000年でβ崩壊する。これら2つの過程によって，${}^{14}\mathrm{C}$の生成と崩壊が続くと，その量はやがて一定値となる。その理由を検討してみよう。

このために，非常に短い時間Δt〔s〕について${}^{14}\mathrm{C}$の量の変化を調べる。式(1)の核反応によって${}^{14}\mathrm{C}$は常に一定量生成されている。したがって，作り出される${}^{14}\mathrm{C}$の個数は時間Δtに比例し，$D \times \Delta t$となる。ここで，D〔1/s〕は比例定数である。また，作り出された${}^{14}\mathrm{C}$は時刻によらず一定の確率で崩壊する。つまり，ある1つの${}^{14}\mathrm{C}$原子核をΔt秒間観察すると，その原子核は$d \times \Delta t$の確率で崩壊することになる。ここで，d〔1/s〕は比例定数である。したがって，時刻t〔s〕での${}^{14}\mathrm{C}$の個数をN個とすると，その後のΔt秒間に崩壊する${}^{14}\mathrm{C}$の個数は $\boxed{\quad 1 \quad}$ となる。このような生成と崩壊によって，時刻$t + \Delta t$に${}^{14}\mathrm{C}$の個数が$N + \Delta N$個となったとすると，ΔNは時間Δtに比例して

$$ \Delta N = \left(\boxed{\quad 2 \quad} \right) \times \Delta t \tag{2} $$

と書ける。式(2)の両辺をΔtで割ると，

$$ \frac{\Delta N}{\Delta t} = \boxed{\quad 2 \quad} \tag{3} $$

となる。式(3)について調べると，${}^{14}\mathrm{C}$の個数Nが時刻とともにどのように変化するかが分かる。ここでは，式(3)に従うNの時間変化とよく似た振る舞いを示す現象について考えてみよう。

質量m〔kg〕の物体が抵抗力を受けながら落下する様子を調べる。抵抗力の大きさは物体の速さ(速度の大きさ)に比例して変化するものとし，その比例定数をk〔N･s/m〕と書く($k > 0$)。座標の正の向きを鉛直下向きとして，この運動について考える。時刻t〔s〕での物体の速度をv〔m/s〕とすると，その時刻の物体の加速度は

$$ \frac{\Delta v}{\Delta t} = g + \boxed{\quad 3 \quad} \tag{4} $$

となる。ここで，g〔m/s^2〕は重力加速度を表している。この結果から，物体の速度は初速度にかかわらず，やがて終端速度v_f〔m/s〕に近づいていくことが分かる。[(b)]ここで，終端速度は$v_f = \boxed{\quad 4 \quad}$となる。

式(3)と式(4)を見比べてみると，${}^{14}\mathrm{C}$の個数Nと落下する物体の速度vには対応関係があるので，両者は同様な時間変化を示すことが分かる。すなわち，${}^{14}\mathrm{C}$の個数Nは初期値によらず，長い時間が経過すると，やがて一定値となる。

炭素原子は，大気中で主に二酸化炭素として存在している。大気中の二酸化炭素濃度は数百万年前から産業革命が始まる頃まで安定しており，大気中の ^{12}C に対する ^{14}C の割合は一定値 1.2×10^{-12} に保たれていた。生物が生きている間は常に炭素を取り込んでいるので，体内の ^{12}C に対する ^{14}C の割合は大気と同じである。しかし，生物の活動が停止すると，外界との炭素のやりとりがなくなるので，$\underset{(c)}{}$^{12}C に対する ^{14}C の割合は β 崩壊にともなって徐々に減少していく。このため，生物の遺物に含まれる ^{12}C と ^{14}C の量を調べ，その比を求めると，その生物が活動していた年代を推定することができる。

試料中の ^{12}C と ^{14}C の個数を計測するために，図 1 に示すような装置を用いる。イオン源において，試料中の電気的に中性な原子は，正の電荷を持つ原子(イオン)となる。イオン源には広い金属板で作られた電極が取り付けられており，イオンはこの電極に設けられた面積 S〔m^2〕の小さな穴 A_1 を通ってイオン源の外に出る。また，イオン源の電極は，断面が長方形の金属箱と ℓ〔m〕だけ離れており，その間には電位差 V〔V〕が与えられている。A_1 から出たすべてのイオンは金属箱の 1 つの面に対して垂直に進み，面積 S の小さな穴 A_2 を通り，金属箱内に入る。金属箱内には，紙面に垂直で一様な磁場(磁界)が存在し，その磁束密度を B〔T〕とする。イオンは紙面内で半円形の軌道を描いた後，A_2 と同じ面に設けられた穴を通り，検出器で検出される。イオンが図に示したような軌道を描くためには，磁場の向きは紙面に対して $\boxed{\quad 5 \quad}$ 向きでなければならない。

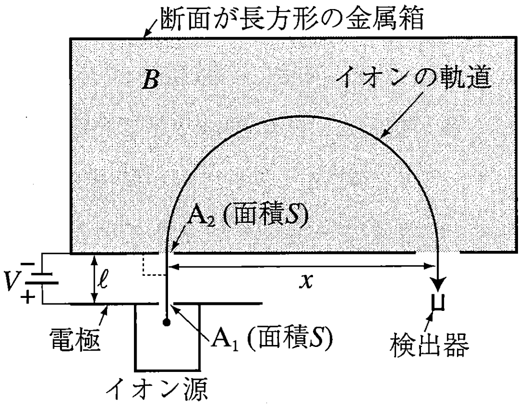

図 1

いま，電荷 $+Q$〔C〕，質量 M〔kg〕のイオンが，ほとんど速度を持たずに A_1 を通ったとする。A_1 の位置でのイオンの速度が無視できるとすると，A_2 を通過するときイオンは $\boxed{\quad 6 \quad}$〔J〕の運動エネルギーを持ち，速さは $\boxed{\quad 7 \quad}$〔m/s〕となる。イオンが金属箱内の磁場から受ける力の大きさは $\boxed{\quad 8 \quad}$〔N〕であり，イオンはこの力を向心力とする円運動をするので，円軌道の直径を x〔m〕とすると，

$$\boxed{\quad 8 \quad} = \boxed{\quad 9 \quad} \tag{5}$$

が成り立つ。このことから，円軌道の直径 x は

$$x = \boxed{\quad 10 \quad} \tag{6}$$

と書ける。したがって，質量 M のイオンは式(6)の位置 x で検出されることになる。

イオンは荷電粒子なので，イオン源から連続的に放出されたイオンの流れは電流であると考えることができる。すべてのイオンが電荷 $+Q$ を持ち，A_2 の穴を I〔A〕の電流が流れているとすると，1 秒あたりに $\boxed{\quad 11 \quad}$ 個のイオンが A_2 を通過していることになる。

ある遺跡から出土した木片の年代測定について考える。木片から取り出した炭素原子を，イオン源ですべて同じ電荷 $+Q$ を持つイオンにして，$^{12}\mathrm{C}$ と $^{14}\mathrm{C}$ の個数を計測した。表 1 は，イオンが検出された位置 x と，その位置で計測されたイオンの個数をまとめたものである。この結果と式(6)から，$^{14}\mathrm{C}$ は

表 1

	x〔m〕	個　数
$^{12}\mathrm{C}$	0.10	1.50×10^{16}
$^{14}\mathrm{C}$	$\boxed{12}$	4.50×10^{3}

$$x = \boxed{12}\ \mathrm{m} \tag{7}$$

の位置に検出されることが分かる。(d)計測されたイオンの個数から $^{12}\mathrm{C}$ に対する $^{14}\mathrm{C}$ の割合を調べると，この木が伐採されてから経過した時間を求めることができるので，この遺跡の年代が推定できる。

問 1　文中の空欄に入る適切な語句，数式または数値を解答用紙の解答欄に書きなさい。
ただし，$\boxed{12}$ に入る数値は，$^{12}\mathrm{C}$ と $^{14}\mathrm{C}$ のイオンの質量比を整数比 12 : 14 として，小数点以下第 2 位まで求めなさい。必要があれば平方根についての近似値を $\sqrt{2} = 1.41$，$\sqrt{3} = 1.73$，$\sqrt{5} = 2.24$，$\sqrt{6} = 2.45$，$\sqrt{7} = 2.65$，$\sqrt{8} = 2.83$ として計算に用いてよい。

問 2　下線部(a)について，式(1)の核反応は主に $^{14}\mathrm{N}$ 原子核と中性子 n の相対速度が極めて小さい場合に起きる。$^{14}\mathrm{N}$ 原子核と中性子 n の速度が無視できるとすると，無限遠方に離れた $^{14}\mathrm{C}$ 原子核と陽子 p が持つ運動エネルギーの合計は，$^{14}\mathrm{N}$ と $^{14}\mathrm{C}$ の原子核の結合エネルギーから求めることができる。この理由を，

- $^{14}\mathrm{C}$ 原子核と陽子 p が持つ運動エネルギーの合計，原子核の質量，核子の質量の関係
- 原子核の質量，核子の質量，結合エネルギーの関係

を明確にして説明しなさい。説明には表 2 の記号を用いてよい。

表 2

$^{14}\mathrm{N}$ 原子核の結合エネルギー	E_{N}〔J〕
$^{14}\mathrm{C}$ 原子核の結合エネルギー	E_{C}〔J〕
$^{14}\mathrm{N}$ 原子核の質量	M_{N}〔kg〕
$^{14}\mathrm{C}$ 原子核の質量	M_{C}〔kg〕
中性子の質量	m_{n}〔kg〕
陽子の質量	m_{p}〔kg〕
真空中の光の速さ	c〔m/s〕

問 3　問 2 の結果を用いて，式(1)の ^{14}C 原子核と陽子 p が持つ運動エネルギーの合計を eV (電子ボルト) 単位で求めなさい。答えだけでなく，計算の過程も示しておくこと。ただし，原子核の結合エネルギーを $E_N = 1.68 \times 10^{-11}$ J，$E_C = 1.69 \times 10^{-11}$ J とする。また，電気素量は 1.60×10^{-19} C である。

問 4　下線部(b)について，質量 m の物体を時刻 $t = 0$ に速度 v_0〔m/s〕で投げ下げたとする。この物体の速度 v と加速度 $\Delta v / \Delta t$ の時間変化の概略を，速度 v が終端速度 v_f に十分に近付くまでの時間範囲について，解答用紙のグラフに描きなさい。ただし，物体を投げ下げた位置は十分高く，グラフの横軸の範囲で落下は妨げられないものとする。なお，速度と加速度のグラフには，初速度と終端速度の大小関係

$$v_0 < v_f \text{ と } v_0 > v_f$$

の両方の場合について時間変化の概略を描き，区別が分かるように説明を付けておくこと。

問 5　下線部(c)について，生物の活動が停止してからの経過時間に対して，^{12}C に対する ^{14}C の割合はどのように変化するか。時間変化の様子を解答用紙のグラフに描きなさい。なお，生物が活動していた頃の ^{12}C に対する ^{14}C の割合を 1.2×10^{-12}，放射性同位体 ^{14}C の半減期を 6000 年とする。

問 6　下線部(d)について，問 5 のグラフを用いて，この木が伐採されてから経過した時間を求めなさい。答えだけでなく，理由や考え方も説明しなさい。