

受	験						
番	号						

平成 22 年度 入学者選抜学力検査問題

数 学

(医 学 部)

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまでこの冊子を開いてはいけない。
- 2 この冊子は 11 ページある。
- 3 試験中に問題の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 この冊子左端のミシン目は、切り離さないこと。
- 5 解答にかかる前に表紙、各答案紙及び下書き用紙の所定の箇所に受験番号を記入すること。
- 6 解答は必ず答案紙の所定の欄に記入すること。解答欄が足りない場合は答案紙の裏面を使用してもよい。ただし、「裏面につづく」と明記せよ。
- 7 2 ページと 11 ページは下書き用に使用してよい。
- 8 この冊子は一切持ち帰ってはいけない。

受	験					
番	号					

平成22年度入学者
選抜学力検査問題

数	学
---	---

(答案紙第1枚)

- 1 空間内に4点O, A, B, Cがあり, $OA = OB = \sqrt{5}$, $OC = 1$ である。また, $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$, $\vec{c} = \vec{OC}$ とおくと, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$, $\vec{b} \cdot \vec{c} = 1$ が成り立っている。2点A, Cから直線OBにそれぞれ垂線を下ろし, 直線OBとの交点をD, Eとする。このとき, 以下の問いに答えよ。
- (1) \vec{DA} , \vec{EC} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ。
 - (2) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{c}$ のとりうる値の範囲を求めよ。
 - (3) 4点O, A, B, Cが同一平面上にない場合, 四面体OABCの体積が最大になるときの $\vec{a} \cdot \vec{c}$ の値と体積の最大値を求めよ。

採	
点	

裏面を使用して解答する場合は、この線より下に解答すること

受	験					
番	号					

平成22年度入学者
選抜学力検査問題

数	学
---	---

(答案紙第2枚)

2 表の出る確率が p 、裏の出る確率が $1-p$ のコインがある。このコインを投げ、その結果により、駒が2点 A、B の間を移動し、ポイントを獲得することを繰り返す次のようなゲームを行う。

ルール a) 駒はゲームを始めるとき点 A にいる。

ルール b) 駒はコイン投げで表が出ればそのときいる点にとどまり、裏が出ればもう一方の点に移動する。

ルール c) k 回目のコイン投げの結果、駒が点 A にいるときは $3k$ ポイント新たに獲得し、点 B にいるときは k ポイント新たに獲得する。($k = 1, 2, 3, \dots$)

n を自然数として、以下の問いに答えよ。

(1) n 回コインを投げた結果、駒が点 A にいる確率を a_n とおく。 a_n を求めよ。

(2) k 回目のコイン投げの結果により新たに獲得するポイントの期待値を E_k とおく。 $0 < p < 1$ のとき、 $\sum_{k=1}^n E_k$ を n と p を用いて表せ。

(3) (1) で求めた a_n を p の関数と考え、 $f_n(p)$ と書くとき、次の極限值を求めよ。

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m f_n\left(\frac{k}{2m}\right)$$

採	
点	

裏面を使用して解答する場合は、この線より下に解答すること

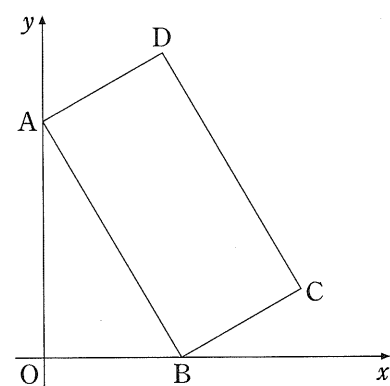
受	験					
番	号					

平成22年度入学者
選抜学力検査問題

数	学
---	---

(答案紙第3枚)

- 3 原点を O とする座標平面上, 長方形 $ABCD$ が図のように頂点 A は y 軸の正の部分に, 頂点 B は x 軸の正の部分に, 頂点 C, D は第1象限内におかれている。 $AB = 2$, $BC = 1$ とし $\angle OAB = t$ とおく。ただし, $0 < t < \frac{\pi}{2}$ とする。このとき, 以下の問いに答えよ。
- 長方形 $ABCD$ の周で $y \leq 1$ にある部分の長さを $f(t)$ とおく。 $f(t)$ を求めよ。
 - $f(t) = 3$ が成り立つときの $\cos t$, $\sin t$ の値を求めよ。
 - t が $0 < t < \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき, $f(t)$ の最小値とそのときの t の値を求めよ。



採	
点	

裏面を使用して解答する場合は、この線より下に解答すること

受	験					
番	号					

平成22年度入学者
選抜学力検査問題

数 学

(答案紙第4枚)

4 p を0でない実数とし、行列 A, B をそれぞれ次のように定める。このとき、以下の問いに答えよ。

$$A = \begin{pmatrix} p - \frac{1}{p} & 1 \\ 2 & -p \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{p} & -1 \end{pmatrix}$$

(1) 等式 $A^{-1} = aA + bE$ が成り立つ定数 a, b を p で表せ。ただし、 E は2次の単位行列である。

(2) $AB = C$ とおく。 $E + C$ の逆行列が存在することを示し、さらに自然数 m に対して等式

$$E - C + C^2 - C^3 + \cdots - C^{2m-1} = (E - C^{2m})(E + C)^{-1}$$

が成り立つことを示せ。

(3) $p = \sqrt{3}$ とし、自然数 n に対し $D_n = E - C + C^2 - C^3 + \cdots - C^{6n-1}$ とおく。行列 D_n の表す1次変換により点 $(2, 3)$ が点 (x_n, y_n) に移されるとする。 x_n および $\frac{y_n}{x_n}$ を求めよ。

採		合	
点		計	

裏面を使用して解答する場合は、この線より下に解答すること
