令和7年度(前期日程)

入学者選抜学力検査問題

数 学 ③

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C)

試験時間 120分

医学部(医学科)

問 題	ページ
① ~ ④	1 ~ 2

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 各解答紙の2箇所に受験番号を必ず記入しなさい。
なお、解答紙には、必要事項以外は記入してはいけません。
3. 解答は、必ず指定された解答紙に記入しなさい。また裏面は採点の対象としません。
4. 試験開始後、この冊子又は解答紙に落丁・乱丁及び印刷の不鮮明な箇所などがあれば、手を挙げて監督者に知らせなさい。
5. この冊子の白紙と余白部分は、適宜下書きに使用してもかまいません。
6. 試験終了後、解答紙は持ち帰ってはいけません。
7. 試験終了後、この冊子は持ち帰りなさい。

※この冊子の中に解答紙が挟み込んであります。

1 平面上の4点 A, B, C, D について, $|\overrightarrow{AB}| = p > 0$, $|\overrightarrow{AD}| = q > 0$, $\angle DAB = \theta$ ($0 < \theta < \pi$) とする。以下の問いに答えよ。

(問 1) 不等式 $|\overrightarrow{AB}|^2 + |\overrightarrow{BC}|^2 + |\overrightarrow{CD}|^2 + |\overrightarrow{DA}|^2 \geq |\overrightarrow{AC}|^2 + |\overrightarrow{BD}|^2$ を証明せよ。

(問 2) (問 1) で等号が成り立つとき, 四角形 ABCD の面積を p, q, θ を用いて表せ。

2 α を 0 ではない複素数とする。 $z = \frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ とおき, $\beta = z\alpha$, $\gamma = z^2\alpha$ とおく。0, α , β , γ はそれぞれ複素数平面上の点 O, A, B, C を表すとする。ただし, i は虚数単位である。以下の問いに答えよ。

(問 1) $\angle BOC$ を求めよ。

(問 2) 複素数 δ に対し, δ が表す複素数平面上の点を D とするとき, 線分 BD の垂直二等分線は A, C を通るとする。このような δ を α を用いて表せ。

(問 3) $0 < \theta < \pi$ とする。点 D を, 点 C を中心に θ だけ回転した点が B であるとする。このとき $\sin \theta$ を求めよ。

- 3 xyz 空間において、5点 $A(3, 0, 0)$, $B(0, 3, 0)$, $C(0, -3, 0)$, $D(3, 0, 3)$, $P(0, 0, 1)$ をとる。点 P を通り x 軸に平行な直線を ℓ とする。四面体 $ABCD$ を ℓ の周りに 1 回転させるとき、この四面体が通過する部分の体積 V を求めよ。ただし、四面体は内部も含むものとする。

- 4 実数 $p > 1$ と正の整数 n に対して

$$S_n = \sum_{k=1}^n k^p$$

とおく。以下の問いに答えよ。

(問 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^{p+1}}$ を求めよ。

(問 2) $0 \leq \alpha < \beta$ とする。点 (α, α^p) における $y = x^p$ の接線の方程式を求めよ。また、不等式

$$\frac{1}{2}(\beta - \alpha)\{2\alpha^p + p(\beta - \alpha)\alpha^{p-1}\} \leq \int_{\alpha}^{\beta} x^p dx \leq \frac{1}{2}(\beta - \alpha)(\beta^p + \alpha^p)$$

を証明せよ。

(問 3) (問 1) で求めた値を c とおく。 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n - cn^{p+1}}{n^p}$ を求めよ。