平成20年度(前期日程)
入学者選抜学力検査問題

数　　学

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C)

試験時間　120分

理学部，医学部(保健学科看護学専攻を除く)，薬学部，工学部

問題	ページ
[1] ～ [4]	1～2

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，この冊子を開いてはいけません。
2. **各解答紙に志望学部及び受験番号を必ず記入しなさい。**
   なお，解答紙には，必要事項以外は記入してはいけません。
3. 試験開始後，この冊子又は解答紙に落丁・乱丁及び印刷の不鮮明な箇所などがあれば，手を挙げて監督者に知らせなさい。
4. この冊子の白紙と余白部分は，適宜下書きに使用してもかまいません。
5. **解答は，必ず指定された解答紙に記入しなさい。**また**裏面は採点の対象としません。**
6. 解答紙は，持ち帰ってはいけません。
7. 試験終了後，この冊子は持ち帰りなさい。

1 放物線 $y=4x^2+3$ を C とする。x 軸上に点 $\mathrm{P}(p,\ 0)$ ($p \neq 0$ とする), C 上に点 $\mathrm{A}(p,\ 4p^2+3)$ をとり，点Aにおける C の接線 l と x 軸との交点を $\mathrm{Q}(q,\ 0)$ とする。さらに，点 $\mathrm{B}(q,\ 4q^2+3)$ における C の接線を m とする。以下の問いに答えよ。

(1) q を p を用いて表せ。

(2) 接線 m が点Pを通るとする。p，q の値を求めよ。

(3) (2)で求めた p，q に対して，放物線 C と2つの接線 l，m で囲まれた部分の面積を求めよ。

2 数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1=0,\ a_n=\frac{(n-1)(n-2)}{2}+\sum_{k=1}^{n-1}a_k \qquad (n=2,3,4,\cdots)$$

によって定められている。以下の問いに答えよ。

(1) $b_n=n+a_n$ ($n=1,2,3,\cdots$) とおくとき，$b_n=1+\sum_{k=1}^{n-1}b_k$ ($n=2,3,4,\cdots$) を示せ。

(2) 数列 $\{b_n\}$ が等比数列であることを示せ。

(3) a_n を求めよ。

(4) $\sum_{k=1}^{n}a_k$ を求めよ。

3 直線$y=2x+1$をlとする。また，行列$\begin{pmatrix} 2 & a \\ b & c \end{pmatrix}$を$A$とする。直線$l$上の各点は$A$が表す移動によって$l$上の点に移るとする。以下の問いに答えよ。

(1) bの値を求め，cをaを用いて表せ。

(2) $a \neq -\dfrac{1}{2}$ならば，直線l上の点Pで，Aが表す移動によってP自身に移るものが存在することを示せ。

(3) 直線l上の各点QはAが表す移動によってQと異なるl上の点に移るとする。a，cの値を求めよ。

4 放物線$C: y=\dfrac{1}{4}x^2$および点F(0, 1)について考える。以下の問いに答えよ。ただし，Oは原点を表す。

(1) 放物線C上の点A$(x,\ y)$ $(x>0$とする$)$に対して$\theta=\angle \mathrm{OFA}$，$r=\mathrm{FA}$とおく。$r$を$\theta$を用いて表せ。

(2) 放物線C上にn個の点$\mathrm{A}_1(x_1,\ y_1)$，$\mathrm{A}_2(x_2,\ y_2)$，$\cdots$，$\mathrm{A}_n(x_n,\ y_n)$を

$$x_k>0 \quad かつ \quad \angle \mathrm{OFA}_k=\frac{k\pi}{2n} \qquad (k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ n)$$

を満たすようにとる。極限$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\mathrm{FA}_k$を求めよ。