1 袋の中に1から3までの数を書いた札が2枚ずつ，計6枚入っている。この中から同時に2枚の札を取り出し，その数を m，n とするとき，次の問いに答えよ。ただし，$m \geqq n$ とする。

(1) $m = n$ となる確率を求めよ。

(2) 直線 $y = x + c$ と点 $(m,\ n)$ との距離の2乗を S とする。S の期待値を求めよ。

(3) S の期待値が最小になる c の値を求めよ。

2 正三角形PQRの3辺PQ，QR，RP上にそれぞれ点A，B，Cをとる。△PCA，△QAB，△RBCの外接円の中心をそれぞれO_1，O_2，O_3，その半径をそれぞれr_1，r_2，r_3とする。△ABCの3辺の長さを$a=BC$，$b=CA$，$c=AB$とするとき，次の問いに答えよ。

(1) r_1，r_2，r_3をa，b，cで表わせ。

(2) $\triangle O_1O_2O_3$は正三角形であることを示せ。

3 関数 $f(x)=1-\dfrac{x}{\sqrt{10-x^2}}$ について，次の問いに答えよ。

(1) $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx$ を求めよ。

(2) 関数 $g(x)$ を各区間 $k \leqq x \leqq k+1$ $(k=0,\ 1,\ 2,\ \cdots)$ において，

$$g(x)=\left(\frac{2}{3}\right)^k f(x-k)$$

と定義する。

$$a_n=\int_0^n g(x)\,dx \qquad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

とするとき，数列 $\{a_n\}$ の極限を求めよ。

4 2つの関数 $f(x)$ と $g(x)$ が次の関係式

$$\begin{cases} f(x) = \displaystyle\int_0^x (g(t) + t\cos t)\,dt + \sin x \\ \\ g(x) = \sin x + \displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (f'(t) - \cos t)\,dt \end{cases}$$

を満たすとき，次の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ と $g(x)$ を求めよ。

(2) $\displaystyle\int_0^{\pi} (f(x) - g(x))^2 dx$ を求めよ。