

**1** 次の問いに答えよ。

(1)  $x < 0$  のとき,  $e^{-x}$  と  $x^2 + 1$  の大小関係を調べよ。

(2) 2つの曲線  $y = xe^{-x}$ ,  $y = x(x^2 + 1)$  と直線  $x = -1$  で囲まれる部分の面積を求めよ。

2 座標平面上の点  $P_n(n, 1)$ ,  $n = 1, 2, \dots$  に対して, 点  $P_1$  から原点  $O$  と点  $P_n (n \geq 2)$  を通る直線へ下ろした垂線を  $P_1Q_n$  とし, 2つのベクトル  $\overrightarrow{OP_1}$ ,  $\overrightarrow{Q_nP_1}$  のなす角を  $\theta_n$  とする。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) ベクトル  $\overrightarrow{Q_nP_1}$  の成分を求めよ。
- (2)  $\cos \theta_n$  を求めよ。
- (3)  $\tan \theta_n < 1.01$  をみたす最小の  $n$  の値を求めよ。

**3**  $a$  を整数とする。  $x_n = n^3 - an^2$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) で定められる数列  $\{x_n\}$  が

$$x_1 > x_2 > \dots > x_{14} > x_{15}, \quad x_{15} < x_{16} < x_{17} < \dots$$

をみたすとき、  $a$  を求めよ。

**4** 袋の中に1から5までのいずれかの数字を書いた同じ形の札が15枚入っていて、それらは1の札が1枚、2の札が2枚、3の札が3枚、4の札が4枚、5の札が5枚からなる。袋の中からこれらの札のうち3枚を同時にとり出すとき、札に書かれている数の和を $S$ とする。このとき次の問いに答えよ。

- (1)  $S$ が2の倍数である確率を求めよ。
- (2)  $S$ が3の倍数である確率を求めよ。