滋賀医科大学

平成 27 年度
医学科一般入試(前期日程)問題

理　　科

(注　意)

1. 問題冊子は試験開始の合図があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は表紙のほか 22 ページである。
3. 試験中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
4. 問題は物理，化学，生物のうち 2 科目を選択し，選択した科目の解答用紙のすべてに受験番号及び氏名をはっきり記入すること。
5. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に明瞭に記入すること。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は，無効にすることがある。
7. 選択しない科目の解答用紙は，試験開始 120 分後に監督者が回収するので，大きく╳印をして机の左側に置くこと。
8. 本学受験票を机の右上に出しておくこと。
9. 試験時間は 150 分である。
10. 問題冊子は持ち帰ってもよいが，解答用紙は持ち帰らないこと。

物　　　理（3問題）

I　以下の文中の $\boxed{}$ に入る適当な式を，{　　}に入る適当な語句の記号を記入し，設問に答えよ。(配点 33)

電荷をもった原子や分子であるイオンの質量を測定するために，質量分析計という装置が用いられる。以下では2種類の質量分析計について考察する。ただし，すべての装置は真空中に置かれている。重力の影響は無視してよい。

(a)　図1のような質量分析計を考える。この質量分析計は入射したイオンのうち，ある速度のものだけを通過させる速度選別器と，入射したイオンの質量と電荷の比を測定するための分析計でできている。速度選別器は面積 S の平らな電極 E_1，E_2 を距離 d_1 で平行に向かい合わせたもので，電極間には一定の電圧を加えてあり，また紙面と垂直に表から裏に向かって一様な磁束密度 B_0 の磁場がかけられている。分析計の部分には，紙面と垂直に表から裏に向かう磁束密度 B_1 の一様な磁場のみがかけられている。

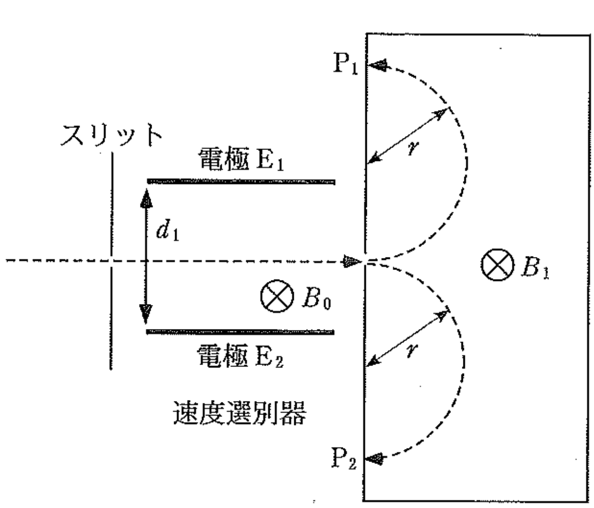

図1

左側から正電荷を持つイオンを入射する。速度選別器の電極{① ア．E_1　イ．E_2}のほうが電位が高くなるように電圧 $V_1(>0)$ をかけたところ，スリットを通過した質量 m_1，正電荷 q_1 のイオンが，速度選別器内を速さ v_1 で直進した。速度選別器内で運動するイオンに働くローレンツ力の大きさは $\boxed{\quad ② \quad}$ で与えられる。このとき，速さ v_1 は，S，d_1，V_1，B_0 のうち必要なものを用いて $\boxed{\quad ③ \quad}$ と表される。

直進して分析計に入ったイオンは半径 r の円弧を描いて運動し，点{④ ア．P_1　イ．P_2}にある検出器に到達した。分析計内でイオンに働くローレンツ力が円運動の向心力となるので，半径 r は $\boxed{\quad ⑤ \quad}$ となる。

問③，問⑤の結果より，質量電荷比 $\dfrac{m_1}{q_1}$ を B_0，B_1，d_1，V_1，r のうち必要なものを用いて表すと $\boxed{\quad ⑥ \quad}$ となる。

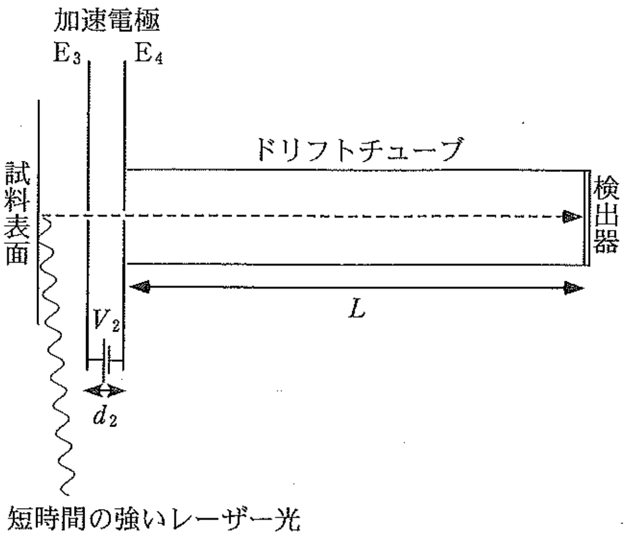

図 2

(b) 図 2 には別の種類の質量分析計を示してある。左の試料表面に出力の強いレーザー光を照射すると，表面の原子や分子が周囲との結合を切断され，イオン化して飛び出してくる場合がある。飛び出したイオンは小さい穴を通って，平行平板でできた間隔 d_2 の加速電極 E_3，E_4 の間に入り，電圧 V_2 によって加速される。加速されたイオンは長さ L のドリフトチューブ(筒状で内部には電場も磁場も存在しない)を通って右端の検出器に到達する。ごく短い時間レーザー光を照射することとし，イオンが飛び出してから検出器に到達するまでの飛行時間 t を測定する。

表面から垂直に，質量 m_2，正電荷 q_2 のイオンが飛び出し，加速電極 E_3 にあいた穴を速さ v_2 で通過したとすると，ドリフトチューブに入射するイオンの速さは $\boxed{⑦}$ となる。ドリフトチューブの長さ L に比べて，試料表面から加速電極までの距離および加速電極間隔 d_2 は十分小さく，試料表面からドリフトチューブに入るまでの時間は無視できるので，イオンの飛行時間 t は $\boxed{⑧}$ と表される。加速電極 E_3 を通過したときのイオンの速さ v_2 が電圧 V_2 によって得られた速さに比べ非常に小さく，$v_2 = 0$ としてよいならば，質量電荷比 $\dfrac{m_2}{q_2}$ を V_2，L，t を用いて表すと $\boxed{⑨}$ となる。

問 1　一般に質量分析計では，質量電荷比を精度よく測定することが求められる。そのために図 2 の質量分析計では，検出器に非常に短い時間差を検出する機能が必要になる。質量がそれぞれ，16 u，25 u (u は原子質量単位) で，どちらも正電荷 1.6×10^{-19} C の 2 つのイオンが同時に表面から飛び出したとする。電圧 $V_2 = \dfrac{17}{32} \times 10^4$ V，ドリフトチューブの長さ $L = 20$ cm のとき，問⑨の結果を用いて，2 つのイオンの飛行時間の差を求めよ。ただし，原子質量単位 $u = 1.7 \times 10^{-27}$ kg とする。

ここで得られた時間差は非常に短いが，検出器がその短い時間差の信号を分離して検出できれば，異なる質量電荷比を区別できる。

Ⅱ　以下の文中の $\boxed{}$ に入る適当な式を，｛　　｝に入る適当な語句の記号を記入し，設問に答えよ。(配点 34)

(a)　一様な薄い円板がその中心を通り円板に垂直な軸のまわりに回転している。円板を細かく見ると各部分は円運動をしており，以下ではその運動エネルギーを加え合わせて円板の回転エネルギーを求める。

円板の質量をM，半径をR，厚さをdとする。Nを十分大きな正の整数として，中心から半径の幅$\Delta r = \dfrac{R}{N}$で同心円状に分けた円板のN個の領域を考える。i番目の領域(領域i)は，$i = 1$のとき半径Δrの円であり，$i = 2 \sim N$のときは半径$r_i = (i-1)\Delta r$と半径$i\Delta r$の2つの円にはさまれた部分となる。円板は十分細かく分割されているので，領域$i(i = 2 \sim N)$では領域に含まれる質点はすべて同じ速さで半径r_iの円運動をしていると考えてよい。回転の角速度の大きさをαとすると，その速さはr_iとαを用いて$v_i =$ $\boxed{①}$ で与えられる。また，領域iの質量を微小量Δrの2次の量を無視し1次の量だけで表すと，密度ρなどを用いて$m_i =$ $\boxed{②}$ となる。質量m_iの物体が速さv_iで動くとき，物体の運動エネルギーはm_i，v_iを用いて$K_i =$ $\boxed{③}$ と表される。これをすべての領域にわたり加え合わせるとき，大きなNでは領域1からの寄与は無視できるほど小さいので，和$H = K_2 + K_3 + \cdot\cdot\cdot + K_N$を考える。

問1　Nを大きくするとHは一定の値に近づく。これが円板の回転エネルギーKである。Kを求め，M，R，αで表せ。導出過程も記せ。ここで，任意の正の整数nに関する関係式$1^3 + 2^3 + \cdot\cdot\cdot + n^3 = \dfrac{1}{4}n^2(n+1)^2$を用いてよい。

(b)　次に，上記の円板が面を水平面に垂直に保ち，静止している粗い水平面の上の直線に沿って動く場合を考える。円板の運動は中心である点Gのまわりの回転と，全体が同じ変位をする並進(この場合は直線運動)を合わせたものである。

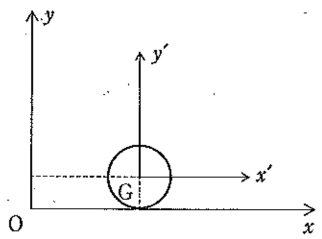

図1

水平面上の直線をx軸，直線上のある点を原点Oとし，それと直交する鉛直上方をy軸とする静止座標系に対し，図1のように原点を点Gに平行移動した座標系Sをとる(座標軸をx'軸とy'軸とする)。静止座標系で座標系Sの原点Gがx軸方向に動くとき，座標系Sも同じように動く。また，座標系Sでは点Gはいつも原点に静止している。

さて，座標系Sでは円板は点Gのまわりに紙面表から見て右回りに回転しているとする。図2のように，時刻tに点Gから距離rの位置$(p,\ q)$にあった点が短い時間Δtの間にわずかに$\Delta\theta$だけ回転して$(p+\Delta p,\ q+\Delta q)$に移動したとする(右回りの回転では$\Delta\theta$は負である)。このとき，変位$\Delta p$，$\Delta q$を$r$，$\theta$，$\Delta\theta$を用いて表すとそれぞれ$\Delta p =$ $\boxed{④}$，$\Delta q =$ $\boxed{⑤}$ となる。ただし，$\Delta\theta$の絶対値が小さいので変位の大きさは$\Delta\theta$が張る円弧の長さに等しいとしてよい。

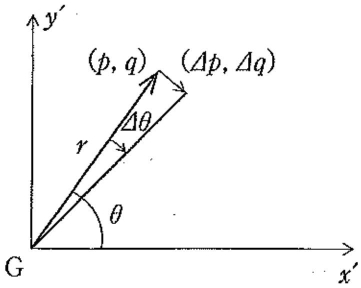

図 2

点 G は x 軸方向に動いている。時間 Δt の間に，点 G が静止座標系で $(\Delta X,\ 0)$ だけ，また座標系 S で円板上の点が $(\Delta p,\ \Delta q)$ だけ変位したとき，この円板上の点は静止座標系では $\Delta x = \Delta X + \Delta p$, $\Delta y = \Delta q$ だけ変位している。したがって，静止座標系では，時刻 t における円板上の点の速度 $(u,\ v)$ は p, q, $V = \dfrac{\Delta X}{\Delta t}$, $\omega = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}$ を用いて $u =$ $\boxed{⑥}$, $v =$ $\boxed{⑦}$ と表される。

回転しながら直線上を動く円板の運動エネルギー T を求めるには，(a)と同じように円板を分割すればよい。ひとつの領域の運動エネルギーはそこに含まれる質点の運動エネルギーの和と考えられる。問⑥，問⑦の結果を用いてこれを求める際に，領域 i 内の点 $(p,\ q)$ と中心に対しこれと対称な点 $(-p,\ -q)$ をひとまとめにして領域 i 内の全ての質点にわたりその x' 座標の値，または y' 座標の値を加え合わせると 0 となること，を考慮する。そうすると T は M, V, ω, R を用いて $T =$ $\boxed{⑧}$ と表されることがわかる。

ところで，問⑥の結果から，水平面と接触している円板上の点（接触点）A の x 軸方向の速度 w は V, R, ω を用いて $\boxed{⑨}$ となる。さて，ある時刻でその値が 0 $(w = 0)$，つまり静止座標系での点 A の速度が 0，であったとする。

問 2　このとき，図 3 の円板上の他の点 B, C, D の静止座標系での速度は 0 ではない。中心 G の速度 V が図中の矢印で示されるとき，これらの点の速度を表す矢印を，大きさと向きに注意して記入せよ。なお，矢印は各点を始点とせよ。

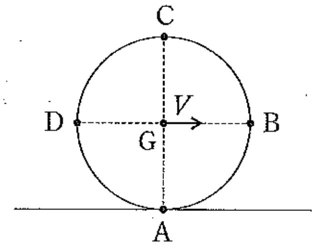

図 3

もしもある時刻で w が 0 でない $(w \neq 0)$ とすると，接触している円板上の点は動き，対応する水平面上の点は静止しているので相対速度は 0 でない。つまり，円板は水平面上を滑っている。この場合，円板と水平面の間に摩擦が生じる。w が負 $(w < 0)$ であるなら，円板が受ける摩擦力の向きは{⑩　ア．x 軸正方向　イ．x 軸負方向}である。

時刻 $t = 0$ で円板の中心が x 軸正方向に並進しながら中心のまわりに円板が右回りに回転していて，このときに接触点の速度 w が負であった。円板が受ける摩擦力の大きさは一定であるとして，十分時間が経過した後に円板は{⑪　ア．回転も並進もせず静止する　イ．回転しないが並進する　ウ．回転するが並進しない　エ．回転しながら並進する}。

III 以下の文中の $\boxed{}$ に入る適当な式を，{　　}に入る適当な語句を記入し，設問に答えよ。(配点 33)

音源や観測者が動くことにより，音源が発する音波の振動数と観測される音波の振動数が異なる現象を，音の{ ① }効果という。以下その例を取り上げる。音の速さを V，音源Sが発する音波の振動数を f とする。音源Sと観測者Oは十分離れていて，同じ位置にくることはないものとする。

(a) 音源が一定の速度 u で動く場合を考える。図1に示すように，静止している観測者Oに向かって，音源Sが観測者Oへの向きを正として，速度 u で進む。$\dfrac{|u|}{V}$ は1より十分小さい。

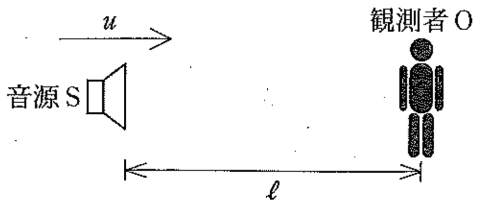

図1

時刻 t における音源Sと観測者Oとの距離を ℓ とすると，時刻 $t+\Delta t$ における距離は $\boxed{②}$ である。よって，時刻 t および時刻 $t+\Delta t$ に音源Sが発した音波が観測者Oに届く時刻はそれぞれ $\boxed{③}$ および $\boxed{④}$ である。したがって，音源Sが時間 Δt の間に発した音波を観測者Oが受け取るのに要する時間は $\boxed{⑤}$ である。時間 Δt の間に音源Sが発した波の個数は $\boxed{⑥}$ で，それを問⑤の時間で受け取るので，観測される音波の振動数は $\boxed{⑦}$ となる。

(b) 音源や観測者の速度が一定でない場合，観測される音波の振動数の変化はより複雑になる。そのような例として，図2のように音源Sは静止しており，観測者Oが速度をゆっくりと変えて動く場合を考える。

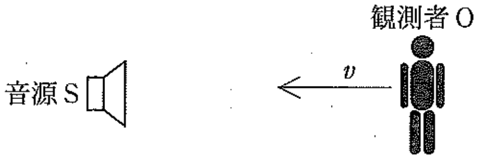

図2

ここで，時刻 t における観測者Oの速度 v を，音源Sへの向きを正として，$v = v_0 \cos \omega t$ とする。ただし，v_0，ω は正の定数である。$\dfrac{|v|}{V}$ および $\dfrac{\omega}{f}$ は1より十分小さい。

時刻 t から短時間 Δt での観測者Oの変位は $\dfrac{v_0}{\omega}[\sin(\omega t + \omega\Delta t) - \sin \omega t]$ で与えられる。なお $\omega\Delta t$ は1より十分小さいものとする。音源Sが発する音波の波長は $\boxed{⑧}$ なので，観測者Oが時間 Δt の間に受け取る波の個数は，問⑥の値から $\boxed{⑨}$ だけ変化する。問⑨の結果を公式 $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$，および近似式 $\sin\omega\Delta t = \omega\Delta t$，$\cos\omega\Delta t = 1$ を用いて書き改めると，v_0，ω，t などを用いて $\boxed{⑩}$ となる。これより，時刻 t に観測される音波の振動数 f' は，v_0，ω，t などを用いて $\boxed{⑪}$ と表される。

問1　問⑪の結果を用いて，$f = 1000\ \mathrm{Hz}$，$\dfrac{v_0}{V} = 0.01$，$\omega = \pi\ \mathrm{rad/s}$ の場合について，振動数の変化 $\Delta f = f' - f$ を t $(0\ \mathrm{s} \leqq t \leqq 3\ \mathrm{s})$ に対して図示せよ。