滋賀医科大学

平成25年度

医学科(前期日程)入学試験問題

理　　　科

(注　意)

1. 問題冊子は試験開始の合図があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は表紙のほか21ページである。
3. 試験中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
4. 問題は物理，化学，生物のうち2科目を選択し，選択した科目の解答用紙のすべてに受験番号及び氏名をはっきり記入すること。
5. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に明瞭に記入すること。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は，無効にすることがある。
7. 選択しない科目の解答用紙は，試験開始120分後に監督者が回収するので，大きく╳印をして机の左側に置くこと。
8. 本学受験票を机の右上に出しておくこと。
9. 試験時間は150分である。
10. 問題冊子は持ち帰ってもよいが，解答用紙は持ち帰らないこと。

物　　理（3問題）

I　以下の文章を読み，$\boxed{}$ に入る適当な式あるいは数値を記入し，設問に答えよ。各設問の解答には結果だけでなく，導出過程も記せ。(配点 34)

図1のように，交流の電圧を変換する変圧器では，四角い鉄しんの向かい合わせの辺に二つのコイル C_1 と C_2 が巻いてある。C_1 は交流電源につながっており，C_2 はスイッチ SW_1 を介し，抵抗値 R の抵抗とつながっている。C_1 は鉄しんの長さ ℓ の部分に n_1 回，C_2 は鉄しんの長さ ℓ の部分に n_2 回巻いてある。鉄しんの透磁率を μ とし，コイルが巻いてある部分の鉄しんの断面積を S とする。

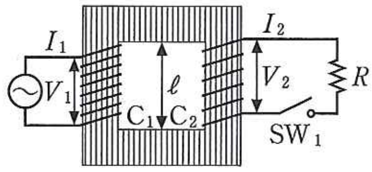

図 1

まず，SW_1 が開いている場合を考える。C_1 に交流電流 I_1 が流れているとき，鉄しんをつらぬく磁束 ϕ は I_1，μ，n_1，ℓ および S を用いて表すと $\phi = \boxed{①}$ となり，電流とともに時間的に変化する。この変化する磁束によって C_1 に誘起される電圧は I_1 の時間的な変化の割合(変化率)に比例し，その負号を除いた比例係数 L_1 は自己インダクタンスと呼ばれる。このとき L_1 を μ，n_1，ℓ および S を用いて表すと $L_1 = \boxed{②}$ となる。

次に，SW_1 が閉じている場合を考える。交流電流 I_1 によって生じた磁場は鉄しんを介して C_2 もつらぬくため，C_2 にも I_1 の変化率に比例した電圧が誘起され電流 I_2 が流れる。I_1 の変化率と C_2 に誘起された電圧の間の負号を除いた比例係数を M とすると μ，n_1，n_2，ℓ および S を用い $M = \boxed{③}$ と表される。M は相互インダクタンスと呼ばれる。また，C_2 の自己インダクタンス L_2 も L_1 と同じように求めることができ，μ，n_2，ℓ および S を用いて $L_2 = \boxed{④}$ と表される。さらに，I_2 によって生じる磁束の変化から C_1 に電圧が誘起されるが，その場合の相互インダクタンスは M に等しい。問②から問④の結果より，変圧器のインダクタンス L_1，L_2 および M の間には $L_1L_2 = \boxed{⑤}$ という関係が成り立つ。

このように，C_1 および C_2 にそれぞれ電流 I_1 および I_2 が流れる場合に，それぞれのコイルに誘起される電圧 V_1 および V_2 を考える。鉄しんをつらぬく磁束は I_1 および I_2 による磁束の和になることを考慮し，また，微小な時間 Δt の間の I_1 および I_2 の変化をそれぞれ ΔI_1 および ΔI_2 とし，それらの変化率をそれぞれ $\dot{I}_1 = \dfrac{\Delta I_1}{\Delta t}$ および $\dot{I}_2 = \dfrac{\Delta I_2}{\Delta t}$ とすると，自己および相互インダクタンスを用いて V_1 および V_2 は次式のように与えられる。

$$V_1 = -L_1\dot{I}_1 - M\dot{I}_2 \qquad (1)$$

$$V_2 = -\boxed{⑥}\,\dot{I}_1 - \boxed{⑦}\,\dot{I}_2 \qquad (2)$$

問 1　式(1)および(2)から $\dfrac{V_1}{V_2}$ を n_1 および n_2 を用いて表せ。

図1の回路のC_2側に図2のようにダイオードDを追加し，SW_1を取り除く。ダイオードは非常に小さな内部抵抗を持ち，ダイオードの前後の点をA，Bとすると点Aでの電圧の方が点Bの電圧より高いときには電流が流れ，逆の場合には流れない性質をもつ。以下では，Dの内部抵抗は無視し，V_1は実効電圧100 V，周波数50 Hzで正弦的に変化する交流であるとし，$n_1 = 1000$，$n_2 = 100$であるとする。図2においてダイオードから遠い側の抵抗の端を点Eとし，点Eの電位を基準としたときの抵抗にかかる電圧をV_Rとする。

問 2　V_Rの時間tに対する変化の概形を，C_2にかかる電圧が0になる時刻を$t = 0$として，tが0から0.04 sまで描け。解答の際，解答欄の図の縦軸に適切な数値を書き入れよ。

ここで，図3のように抵抗に並列に容量Cのコンデンサーを挿入し，V_Rを直流に近くすることを考える。図3では，V_Rが増加する間はコンデンサーに電荷が補充され，そうでない時間はコンデンサーから電流が流れることによって抵抗へ流れる電流が平均化される。コンデンサーから流れる電流を評価するために，図4のようにスイッチSW_2のある直流回路を考え，図3のV_Rが増加する間はSW_2が閉じ，それ以外の時間はSW_2が開いているとする。SW_2が開いてから次に閉じるまでの時間Δt_1の値を求めると，交流電流の周波数が50 Hzなので，$\Delta t_1 =$ $\boxed{⑧}$ sとなる。Δt_1の間には，抵抗の両端の電圧をVとし，コンデンサーから抵抗に流れる電流をIとすると，VはIを用いて表すことができ，また，コンデンサーに蓄えられている電荷をQとするとVはQを用いて表すこともできる。これらの関係から，IをQで表すと$I =$ $\boxed{⑨}$ と求められる。

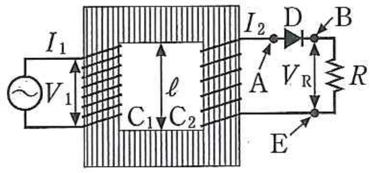

図 2

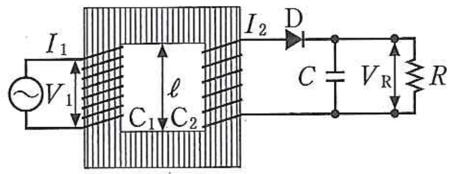

図 3

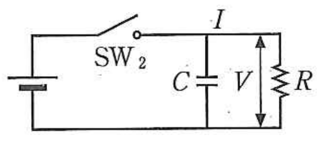

図 4

問 3　問⑨の結果から，Δt_1の間のIの変化ΔIが十分小さければ，ΔIはQの変化ΔQを用いて表すことができる。また，近似的に$\Delta Q = -I\Delta t_1$が成り立つものとする。これらの結果を用いて，Δt_1の間の電流の相対変化$\dfrac{\Delta I}{I}$をR，CおよびΔt_1で表せ。さらに$R = 1000\ \Omega$のとき，$\left|\dfrac{\Delta I}{I}\right| = 0.01$が成り立つような$C$の値を求めよ。

このように変圧器，ダイオードおよびコンデンサーを用いる方法は100 Vの交流電源から低電圧の直流を作り出す簡便なやりかたとして広く利用されている。

Ⅱ 次の文中の各設問に答えよ。各設問の解答には結果だけでなく，導出過程も記せ。(配点 33)

地球の自転が物体の運動にどのように影響を与えるかを調べる。そのために，最初に，自転を考えない場合，一定の力がはたらくときの物体の位置と力がどのような関係にあるかを考える。

(a) 質量 m の物体に，x 軸方向の常に一定の力 f だけがはたらいている。物体は x 軸上を運動し，時刻 0 で位置は x_0，速度は v_0 とする。力 f による位置エネルギーの基準点を原点とする。

問 1　物体の位置が x のときの位置エネルギーは $-fx$ となることを説明せよ。

問 2　時刻 $t(>0)$ での物体の位置 x，速度 v，力学的エネルギー E を求め，E が時刻 t によらない，すなわち保存されることを示せ。

問 2 で求めた x，v を用いると，時刻 $t+s$ $(s>0)$ での物体の位置 x' は，$x+vs+\dfrac{f}{2m}s^2$ となり，はたらく力が経過時間 s の 2 次の項の係数の $2m$ 倍になるというよく知られた結果が導かれる。力が変化する場合でも，経過時間が非常に短かければ，その間は力が変化しないと考えられるので，同じような関係が平面運動でも成り立つことを等速円運動を例に示す。

(b) 図 1 に示すように，原点 O を中心とする半径 a の円上を一定の速さ V で運動している質量 m の物体には向心力 $\vec{F}$ だけがはたらいている。時刻 t での物体の位置を $(x,\ y)$，回転角を θ，速度 $\vec{V}$ の x，y 成分を V_x，V_y とし，時刻 0 で物体の位置を $(a,\ 0)$ (すなわち，$\theta=0$) とする。

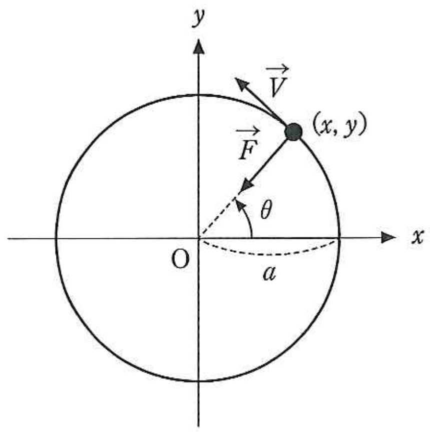

図 1

問 3　時刻 t での向心力の x，y 成分 F_x，F_y を，x，y，a，V，m を用いて表せ。また，x，y，V_x，V_y を t の関数として表せ。

問 4　時刻 t から非常に短い時間 Δt 経過すると，θ が少しだけ増える。時刻 $t+\Delta t$ での物体の位置を $(x',\ y')$ とするとき，x'，y' を x，y，V_x，V_y を用いて表し，F_x，F_y が Δt の 2 次の項のそれぞれの係数の $2m$ 倍となることを示せ。ここで，$|\varepsilon|$ が非常に小さいとき任意の α に対して，$\sin(\alpha+\varepsilon)=\left(1-\dfrac{\varepsilon^2}{2}\right)\sin\alpha+\varepsilon\cos\alpha$，$\cos(\alpha+\varepsilon)=\left(1-\dfrac{\varepsilon^2}{2}\right)\cos\alpha-\varepsilon\sin\alpha$ となることを用いてよい。

(c) 次に，地球が角速度 $\omega(>0)$ で自転していることを考慮する。地球は半径 R，質量 M の均質な球とし，G を万有引力定数とする。質量 m の物体に万有引力 $\vec{H}$ がはたらいて，地球の中心と赤道を含む平面(赤道面)内で運動する場合を考える。地球の外にいて静止している観測者を A，地球表面の赤道上にいて地表に対して静止している観測者を B とする。B から見ると，物体には自転による遠心力などの慣性力もはたらく。

図2に示すように，原点Oを地球の中心とし，OからBの方向をx軸の正の方向とすると，y軸の正の方向はBにとって東の向きとなる。Bから見たある時刻tでの物体の位置を$(x,\ y)$とする。一方，Aから見た物体の位置を$(X,\ Y)$とする。自転により，x，y軸は，X，Y軸に対して原点を中心にして角速度ωで回転している。時刻tでX，Y軸はx，y軸と一致しているとし，Bからみた物体のその時の速度のx，y成分をそれぞれ，v_x，v_yとする。

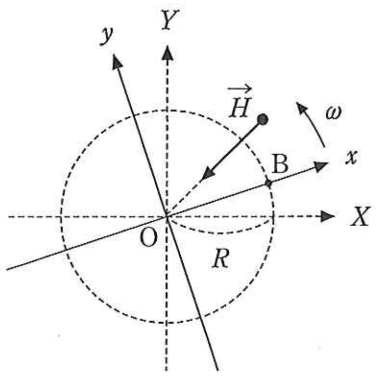

図2

問 5　時刻tでのAから見た物体の速度のX，Y成分は，$v_x - y\omega$，$v_y + x\omega$となることを説明せよ。

時刻tで$\vec{H}$のx，y成分H_x，H_yは，$\vec{H}$のX，Y成分にそれぞれ一致する。時刻tから非常に短い時間Δt後のAから見た物体の位置$(X',\ Y')$は，Δtの間は$\vec{H}$は一定と考えられるので，等速円運動の場合と同じように$X' = x + (v_x - y\omega)\Delta t + \dfrac{H_x}{2m}(\Delta t)^2$，$Y' = y + (v_y + x\omega)\Delta t + \dfrac{H_y}{2m}(\Delta t)^2$となる。

問 6　時刻$t + \Delta t$でのBから見た物体の位置座標$(x',\ y')$は，時間Δtの間に地球は$\omega\Delta t$の角度だけ自転しているので，$x' = X'\cos(\omega\Delta t) + Y'\sin(\omega\Delta t)$，$y' = -X'\sin(\omega\Delta t) + Y'\cos(\omega\Delta t)$となる。$X'$，$Y'$に関する上の結果を用い，$\Delta t$が非常に小さいので，$\sin(\omega\Delta t) = \omega\Delta t$，$\cos(\omega\Delta t) = 1 - \dfrac{\omega^2(\Delta t)^2}{2}$とし，$x'$，$y'$の$\Delta t$の2次の項を求めよ。

Bから見たときの時刻tに物体にはたらく力のx，y成分は，問6で求めたx'，y'のΔtの2次の項の係数の$2m$倍となる。このことを用いて，Bから見た赤道面内での高度$h(>0)$からの自由落下運動を調べる。時刻0に位置$(R + h,\ 0)$に静止している物体を静かに落下させる。hがRに比べて十分小さいと，落下中$\vec{H}$は一定で$H_x = -\dfrac{GmM}{R^2}$，$H_y = 0$である。物体にはたらく力のうちy，v_yに比例する力は十分小さいので0とし，xに比例する力では$x = R$とする。また，$\omega^2 < \dfrac{GM}{R^3}$である。

問 7　運動方程式より物体が地上に到達するまでの時間Tと，そのときのy座標y_0を求めよ。ここで，時刻0で物体のある方向への速度が0で，任意の時刻$t(\geqq 0)$でその方向への加速度がβt(βは定数)のとき，時刻0から時刻tの間のその方向への物体の位置の変位は$\dfrac{\beta}{6}t^3$となることを用いてよい。

このように，地球上では地球の自転により，物体に重力の他に遠心力および速度に依存するコリオリの力と呼ばれる慣性力もはたらく。遠心力は緯度によって重力加速度を少し変化させるなどし，コリオリの力は問7のように自由落下する物体の落下点を真下から少しずらせたり，低気圧に吹き込む風の向きに影響を与えたりもする。

Ⅲ 以下の文中の $\boxed{\qquad}$ 中に入る適当な式を，｛　｝に入る適当な語句の記号を記入し，設問に答えよ。(配点 33)

真空中での光の速さを c とすると，屈折率 n の媒質中での光の速さは $\dfrac{c}{n}$ となる。したがって，この媒質内で光が距離 L だけ進むのに要する時間は，真空中で nL の距離を進むのに要する時間と等しい。この距離 nL を光路長(光学距離)という。以下，屈折率が $n(>1)$ で，膜の厚さが d の薄膜に光が入射するいくつかの場合を考察する。

(a) 図 1 は，真空中に置かれた薄膜に，真空における波長 λ の単色光が入射する様子を示している。光(I)は，薄膜の表面(上側)の点 A から入射角 α，屈折角 β で薄膜内に入射する。このとき，n，α，β の関係を式で表すと $\boxed{\quad ① \quad}$ となる。薄膜内に入射した光(I)が裏面(下側)の点 B まで進み，そこで反射されて表面の点 C に到達し，点 C で反射される光(Ⅱ)と干渉する場合を考える。なお，光(I)と光(Ⅱ)は点 A，点 A′ において同位相であるとする。光(I)の経路 A→B→C と光(Ⅱ)の経路 A′→C の光路長の差(光路差)を n，d，α を用いて表すと $\boxed{\quad ② \quad}$ と書ける。負でない整数 m($m = 0$，1，2，…)と λ を用いると，光(I)と光(Ⅱ)は問②の光路差が $\boxed{\quad ③ \quad}$ の場合に強め合い，$\boxed{\quad ④ \quad}$ の場合に弱め合う。光を薄膜に垂直($\alpha = 0$)に入射させる場合に問④で求めた条件式を満たし，式中の m の値が p であるような薄膜に対して，入射角 α を 0 から徐々に大きくすると，最初に強め合う角度 α について，n，p を用いて $\sin\alpha =$ $\boxed{\quad ⑤ \quad}$ という関係が成り立つ。

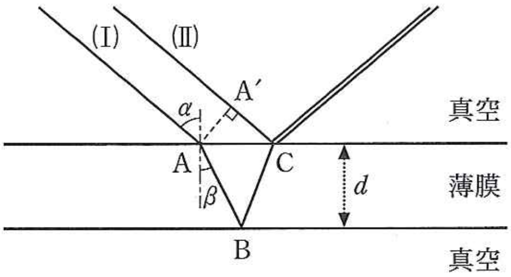

図 1

(b) 薄膜表面が真空，裏面が水に接している場合に，光(光線)が薄膜を透過する様子を図 2 に示す。なお，裏面側において光が薄膜の法線となす角を γ とする。光が(i)点 D から来る経路 D→E→F→G と，(ii)点 G から来る経路 G→F→E→D，を考える。

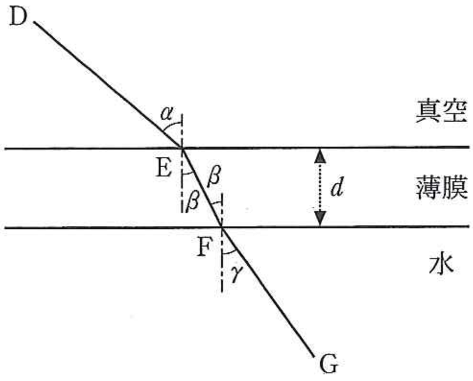

図 2

問 1　水の屈折率を $\dfrac{4}{3}$，薄膜の屈折率 $n = \dfrac{8}{5}$ とする。$\sin\alpha$，$\sin\beta$，$\sin\gamma$ の関係式を求めよ。また，その式を用いて，上記(i)，(ii)の経路において，それぞれ点 F，点 E で全反射が起こり得るか否かを説明せよ。起こり得る場合，β が臨界角となるときの $\sin\alpha$，$\sin\beta$，$\sin\gamma$ の値も書くこと。

(c)　ところで，光(光線)がある2点間を進む場合に実際にとる経路は，2点を結ぶさまざまな経路のうち，光路長が特定の条件を満たすものであることが知られている。この光の性質について以下で考察する。

図3において，光が点Hから点Jまで実際に進む経路はH→I→Jである。この経路に対して，始点Hと終点Jは同じであるが，点Iとはわずかに異なる薄膜表面上の点Kを経由する経路H→K→Jを考え，両経路の光路長を比較する。簡単のため，点Kは点H，I，Jと同一の平面上の点とする。また，点Hからおろした垂線と薄膜表面との交点をH′，点Iからおろした垂線と薄膜裏面との交点をI′で表す。距離$\overline{\mathrm{HI}} = \ell_1$，$\overline{\mathrm{HH'}} = h$，$\overline{\mathrm{H'I}} = x_1$，$\overline{\mathrm{HK}} = \ell'_1$，$\overline{\mathrm{IJ}} = \ell_2$，$\overline{\mathrm{II'}} = d$，$\overline{\mathrm{I'J}} = x_2$，$\overline{\mathrm{KJ}} = \ell'_2$とする。さらに，点Iを基準とした点Kの位置を，$\Delta x$とおく。$\Delta x$は点Kが点Iの右にある場合に正，左にある場合に負の値をとり，$|\Delta x|$はx_1，x_2に比べ十分小さい。

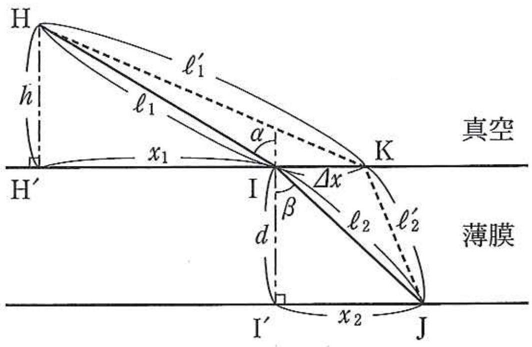

図3

${\ell'_1}^2$をh，x_1，Δxを用いて表すと $\boxed{⑥}$ となる。問⑥の結果より，${\ell'_1}^2 - {\ell_1}^2$はΔxの1次と2次の項の和になるが，$|\Delta x|$は十分小さいので，$|{\ell'_1}^2 - {\ell_1}^2|$は${\ell_1}^2$と比べて十分小さい。このことに注意して，$\Delta x$の1次と2次の項を用いた$\ell'_1$の近似式を求める。まず$\ell'_1$を$\ell_1$，$x_1$，$\Delta x$を用いて表すと $\boxed{⑦}$ となる。次に，$|y|$が1より十分小さい場合に成り立つ式$\sqrt{1+y} = 1 + \frac{1}{2}y - \frac{1}{8}y^2$を用いて問⑦で得られた式を書き改め，$(\Delta x)^3$，$(\Delta x)^4$に比例する項は十分小さいため無視すると，$\ell_1$，$\Delta x$，$\alpha$を用いて $\boxed{⑧}$ と書ける。同じようにして，ℓ'_2はℓ_2，Δx，βを用いて $\boxed{⑨}$ と書ける。問⑧，問⑨の結果より経路H→K→Jの光路長を求め，それから経路H→I→Jの光路長を引くと $\boxed{⑩}$ となる。したがって，実際に光が進む経路H→I→Jは，点Iとはわずかに異なる他の経路と比較すると，光路長が{⑪　ア．極大　イ．極小}となっている。

問⑪の結論は，点Kが点H，I，Jと同一平面上にない場合や，より一般的には経路が曲線の場合も含め，実際に光線が進む経路と，始点と終点は同じだが経由する点がわずかに異なる経路との間で常に成り立つ関係であり，フェルマーの原理と呼ばれている。屈折や反射の法則はフェルマーの原理によって説明できる。