滋賀医科大学

平成 24 年度
医学科(前期日程)入学試験問題

理　　科

物　　理　1ページ～6ページ

化　　学　7ページ～12ページ

生　　物　13ページ～19ページ

(注　意)

1. 問題冊子は試験開始の合図があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は表紙のほか 19 ページである。
3. 試験中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
4. 問題は物理，化学，生物のうち 2 科目を選択し，選択した科目の解答用紙のすべてに受験番号及び氏名をはっきり記入すること。
5. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に明瞭に記入すること。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は，無効にすることがある。
7. 選択しない科目の解答用紙は，試験開始 120 分後に監督者が回収するので，大きく╳印をして机の左側に置くこと。
8. 本学受験票を机の右上に出しておくこと。
9. 試験時間は 150 分である。
10. 問題冊子は持ち帰ってもよいが，解答用紙は持ち帰らないこと。

物　　　理（3 問題）

I　以下の文中の $\boxed{}$ の中に入る適当な式を記入し，設問に答えよ。各設問の解答には結果だけでなく，導出過程も記せ。(配点 33)

ばねでつながれた物体が行う単振動では，通常ばねの質量は考慮されない。以下で，ばねに質量がないとした場合とある場合を比較し，質量を考慮すると単振動の様子がどのように変わるかを考える。

図 1 のように，固定点(原点)から質量 M のおもりがばねでつり下げられている。おもりは重力とばねの伸びに比例した復元力を受け，鉛直線上を運動する。重力加速度の大きさを g，ばね定数を k，重力などの外力を受けない状態(自然な状態)でのばねの長さを ℓ_0 とする。k と ℓ_0 はばねの質量に関係せず一定である。そして，鉛直下方を z 軸の正方向にとる。

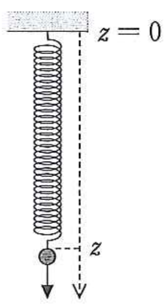

図 1

(a)　最初に，ばねに質量がないとした場合を考える。おもりの位置座標(位置)を z，加速度を a とすると，おもりの運動方程式は $\boxed{①}$ である。おもりが静止しているとき，力のつり合いから，ばねの伸び b は M，k，g を用いて $b = \boxed{②}$ と表される。重力による位置エネルギーは，基準点を原点にとると $U = \boxed{③}$ である。また，ばねの弾性エネルギーはばねの伸びにより $V = \boxed{④}$ で与えられる。これらの和である全体の位置エネルギー $U + V$ が最小となるときのおもりの位置 z_b を求めると，それは ℓ_0 と b の和 ($z_b = \ell_0 + b$) であり，おもりのつり合いの位置を与えることがわかる。よって，全体の位置エネルギーからつり合いの位置を求め，それと ℓ_0 との差としてばねの伸びを得ることもできる。

さて，おもりを z_b からわずかに変位させると，その後，おもりは z_b を中心に単振動をする。z_b から測った位置を $x = z - z_b$ とすると，時刻 $t = 0$ に z_b にあったおもりの時刻 t での位置は $x = A \sin \omega t$ と表される。ここで，A は振幅，ω は角振動数である。z_b は定数であるから，微小時間 Δt の間の変位を Δx とすると，時刻 t でのおもりの速度 v は $\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ で表される。おもりの運動エネルギー K は $\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ を用いて表され，また $U + V$ も x の 2 乗に比例する項と定数項の和で表される。K と $U + V$ の和がおもりの力学的エネルギー E であり，E が時刻によらず一定であることから，ω は M と k を用いて $\omega = \boxed{⑤}$ と表されることがわかる。

(b) 次に，ばねの質量が m である場合を考える。この場合，U と V に加えて，重力によるばねの位置エネルギーとばねの運動エネルギーを考えなければならない。これらを求めるとき，簡単のため，ばねは各部分で同じ割合で伸びるとする。

重力によるばねの位置エネルギー W はその重心に全質量が集中したと考えたときの質点の位置エネルギーに等しい。おもりの位置が z であるので $W=$ $\boxed{\text{⑥}}$ となる。これに問③の U と問④の V を加えた $U+V+W$ が全体の位置エネルギーである。

問 1　つり合いの状態で $U+V+W$ が最小となることから，おもりが静止しているときのばねの伸び d を求めよ。

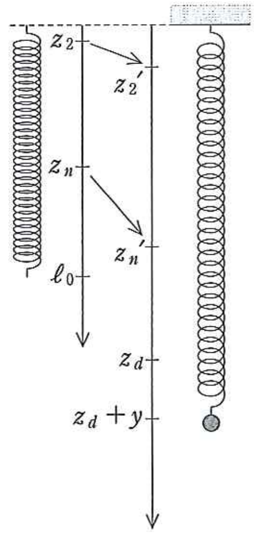

図 2

おもりをつり合いの位置 $z_d=\ell_0+d$ からわずかに変位させると，その後，おもりは z_d を中心に単振動をする。z_d から測った位置 y は $y=z-z_d$ であり，おもりの速度 u は微小時間 Δt の間の変位を Δy とすると $u=\dfrac{\Delta y}{\Delta t}$ と表される。ばねの運動エネルギーを求めるために，N を 1 と比べて十分大きな正の整数として，自然な状態での長さ ℓ_0 のばねを仮想的に N 個の小さな部分に等分割してみる。このとき，分割した部分の巾は $c=\dfrac{\ell_0}{N}$ であり，n 番目の部分は位置 $z_n=(n-1)c$ で表される。図 2 のように，おもりが z_d から y だけ変位しているとき，ばねは同じ割合で伸びるので，自然な状態で z_n であった点は $z_n{}'=$ $\boxed{\text{⑦}}$ に移る。y が時間とともに変化するとき，c が十分小さいので各部分内では速度は同じとしてよく，z_n で代表される n 番目の部分の速度は，問⑦の結果から u を用いて表されることがわかる。

問 2　こうして得られる n 番目の部分の運動エネルギー B_n を $n=1$ から N まで加え合わせ，N を非常に大きくすると和は一定値 B に近づく。これがばねの運動エネルギーである。B を求め，m と $u=\dfrac{\Delta y}{\Delta t}$ で表せ。ここで，関係式 $1+2^2+\cdots+(N-1)^2=\dfrac{1}{6}(N-1)N(2N-1)$，および近似式 $(N-1)N(2N-1)\fallingdotseq 2N^3$ を用いてよい。

問 2 の結果より，ばねとおもりを合わせた全体の運動エネルギー $K+B$ が $\dfrac{\Delta y}{\Delta t}$ を用いて表され，また $U+V+W$ も y で表される。そして，$K+B$ と $U+V+W$ の和がばねの質量を考慮したときの全体の力学的エネルギー E' であり，これは時刻によらず一定である。

問 3　(a)の場合に問⑤で角振動数を求めたのと同じように考えて，単振動の角振動数を求めよ。

Ⅱ 次の文中の各設問に答えよ。各設問の解答には結果だけでなく，導出過程も記せ。(配点 33)

さまざまな電気回路を考える。

(a) 図 1 に示す回路を考える。抵抗 A は可変抵抗で，抵抗 D，E の抵抗値は R，抵抗 B，F の抵抗値は $2R$ とし，電池の起電力は V とする。図 1 に示すような向きに A，B，E を流れる電流をそれぞれ I_1，I_2，I_3 とする。

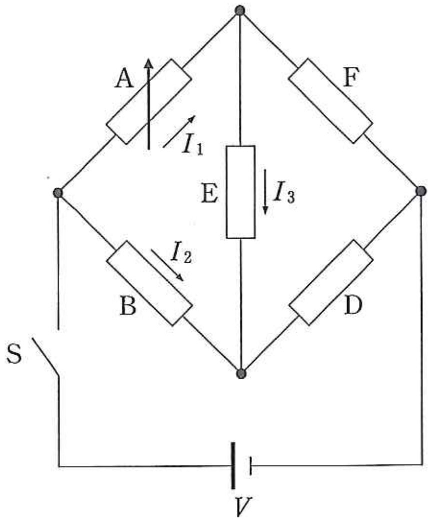

図 1

問 1　スイッチ S を閉じ，A の抵抗値を調節して，E を流れる電流 I_3 を 0 とする．その場合の A の抵抗値を求めよ。

問 2　S を閉じたまま A の抵抗値を R に変える。その場合の I_3 を，キルヒホッフの法則を用いて得られる I_1，I_2，I_3 の間の関係式を用いて求めよ。

問 3　S を開き，A の抵抗値は R のままとし，E を電気容量 C のコンデンサーに交換する。S を再び閉じて十分に時間が経過したときコンデンサーに蓄えられる電気量 Q を求めよ。

(b) 図 2 のように，起電力 V の電池に抵抗値 R の抵抗と自己インダクタンス L のコイルを直列に接続する。

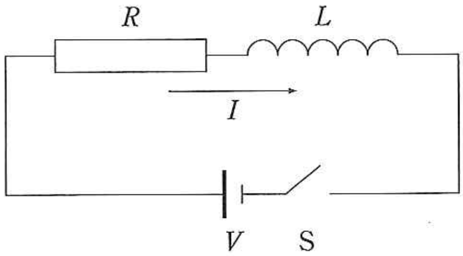

図 2

問 4　時刻 0 にスイッチ S を閉じた後，時刻 t に回路に流れる電流 I の様子を十分長い時間にわたってグラフに描け。また，I の時間変化がそうなる理由をコイルの誘導起電力の性質から説明し，十分に時間が経過したときの I の値も求めよ。

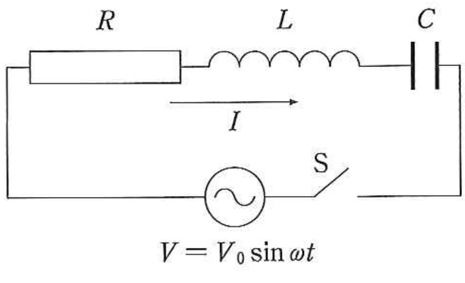

図 3

(c) 図 3 に示す回路を考える。電圧 $V = V_0 \sin \omega t$(ω は角周波数，V_0 は電圧の最大値)の交流電源に抵抗値 R の抵抗，自己インダクタンス L のコイル，電気容量 C のコンデンサーを直列に接続する。スイッチ S を閉じて十分に時間が経過したとき回路に流れる電流 I は，時刻 t に $I = a \sin \omega t + b \cos \omega t$ となる(a，b は定数)。短い時間 Δt の間の I の変化を ΔI とすると，$\dfrac{\Delta I}{\Delta t} = \omega a \cos \omega t - \omega b \sin \omega t$ である。また，コンデンサーに蓄えられる電気量 Q は $Q = -\dfrac{a}{\omega} \cos \omega t + \dfrac{b}{\omega} \sin \omega t$ となる。

問 5　V を抵抗，コイル，コンデンサーそれぞれに加わる電圧を用いて表せ。得られた関係式はどのような時刻 t においても成り立つので，$\sin \omega t$，$\cos \omega t$ のそれぞれの係数が両辺で等しくなる。このことより，a，b を求めよ。

問 6　抵抗で消費される電力の時間平均値を a，b を用いて表せ。さらに，問 5 の結果を用いて，角周波数 ω を変化させたとき，抵抗で消費される電力の時間平均値が最大となる ω の値を求めよ。ここで，$\cos^2 \omega t$，$\sin^2 \omega t$ の時間平均値は $\dfrac{1}{2}$ となり，$\sin \omega t \cos \omega t$ の時間平均値は 0 となることを用いてよい。

Ⅲ　以下の文中の $\boxed{\qquad}$ の中に入る適当な式を記入し，設問に答えよ。各設問の解答には結果だけでなく，導出過程も記せ。(配点 34)

圧力 P_0，絶対温度(温度) T_0 の大気下で，水による浮力の実験を行う。重力加速度の大きさを g，気体定数を R とする。簡単のため，空気は定積モル比熱 $\frac{5}{2}R$，定圧モル比熱 $\frac{7}{2}R$ の理想気体とみなし，1モルあたりの質量を M とする。以下の(a)，(b)において，用いる水槽は十分に大きく，水温は T_0 に，水の密度は ρ に保たれ，水面の位置も変化しない。

(a)　図1のように，片方の端が開いた高さ ℓ_0，断面積 S の円筒状の容器を，開いた方の端を下にして，側面から適切に力を加えて垂直に保ちつつ，鉛直下方にゆっくり移動させ，水槽内の水につける。容器の壁は断熱材でできており，厚みは考えなくてよい。空気の質量を除く容器の質量を m とする。浮力は容器内の空気にはたらくものだけ考慮する。

容器の下端が水面と接した状態で，容器内の空気は，モル数 n，圧力 P_0，温度 T_0，容器内に占める高さ ℓ_0 であった。鉛直上方の力を加えつつ，容器をゆっくりと水に沈めていくと，空気と水の境界面が容器内に徐々に入り込んだ。水面から測った境界面の位置の深さが d_0 になると，鉛直方向の力を加えない状態で，容器が水に浮かんだ。浮力と重力のつり合いより $d_0 =$ $\boxed{\text{①}}$ である。

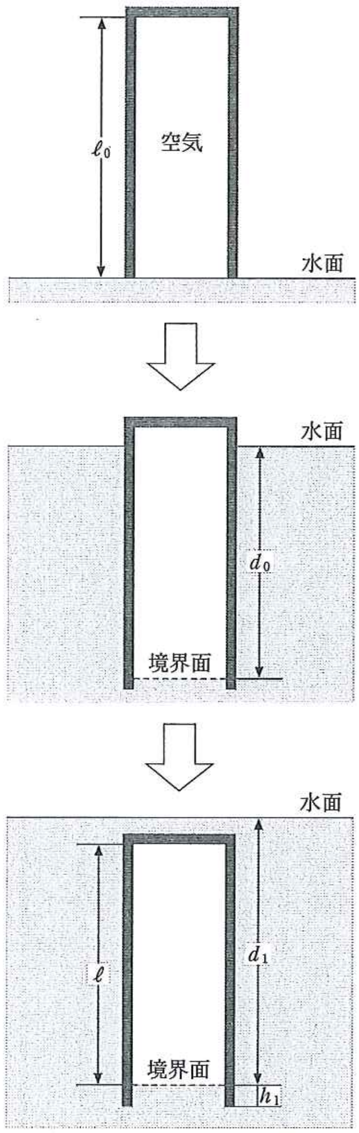

図1

この状態から，鉛直下方の力を加えながらゆっくりと容器を沈めていった。容器全体が水につかった後，境界面の深さが d_1 になると，容器がひとりでに沈む状態となった。境界面における水の圧力(水圧)は $\boxed{\text{②}}$ と書ける。一方，容器内で空気が占める高さは ℓ であった。境界面で熱のやりとりをすることにより，空気は温度 T_0 のまま等温変化する。空気の圧力は境界面での水圧に等しいので，ℓ は d_1，ℓ_0，P_0，ρ を用いて $\boxed{\text{③}}$ と表される。

(b)　図2のように，(a)と同じ容器の内部を，空気の漏れがなく，滑らかに動くピストンで2つに仕切った。ピストンは断熱材でできており，厚みと質量は考えなくてよい。容器に入る空気の質量は(a)の場合と同じである。容器の下端が水面と接した状態で，空気A，Bの圧力は P_0，温度は T_0，モル数はそれぞれ n_A，n_B で，容器内で占める高さが ℓ_{A0}，ℓ_{B0} であった。

(a)と同様の操作を行って，容器をゆっくりと水に沈めていった。容器全体が水につかった後，空気と水の境界面の深さが d_2 になると，容器がひとりでに沈む状態となった。空気A，Bが容器内で占める高さはそれぞれ ℓ_A，ℓ_B であった。なお，境界面と容器下端との距離を h_2 とし，$h_A = \ell_{A0} - \ell_A$ とする。h_A は ℓ_{A0} に比べ十分小さい。空気Aは圧力，体積をそれぞれ p，v と表すと $pv^\gamma =$ 一定という関係を満たしながら断熱変化する。ただし，γ は定圧比熱と定積比熱の比である。したがって，この位置における空気Aの圧力 P_1 を P_0，ℓ_{A0}，h_A を用いて表すと $\boxed{④}$ となる。ここで，β が定数で，$|\alpha|$ が1より十分小さい場合に成り立つ近似式 $(1 + \alpha)^\beta \fallingdotseq 1 + \alpha\beta$ を用いると，P_1 は $\boxed{⑤}$ と書ける。この結果と水圧の式を比較すると，h_A は d_2 を使って $\boxed{⑥}$ と書ける。一方，空気Bは等温変化する。空気Aと同じように，$h_B = \ell_{B0} - \ell_B$ が ℓ_{B0} に比べ十分小さいとして，h_B は d_2 を使って近似できる。さらに，$h_2 = h_A + h_B$ であることに着目すると，d_2 は h_2 を使って $\boxed{⑦}$ と表される。

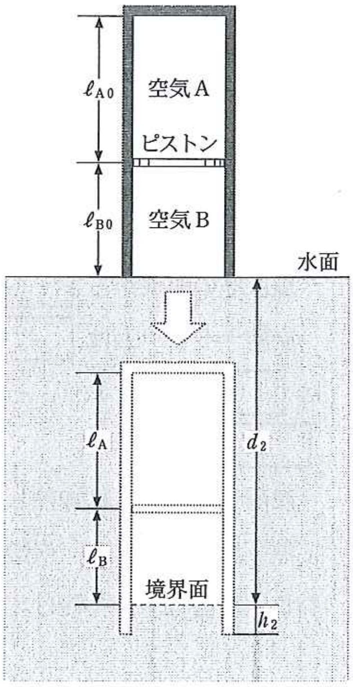

図2

また，境界面の深さが d_2 になるまでに空気Aがされる仕事は，問⑤の結果より，h_A を用いて $\boxed{⑧}$ と表される。

問1　問⑧の結果を用いて，容器下端が水面に接した状態から境界面の深さが d_2 になるまで沈めた場合の空気Aの温度変化 ΔT を T_0，h_A，ℓ_{A0} を用いて表せ。

(a)と(b)では，容器形状，容器および容器内の空気の質量が同じであるのに，容器がひとりでに沈む状態となる深さは異なる。以下，境界面と容器下端との距離 $h_1 = \ell_0 - \ell$(図1)と h_2(図2)，境界面の深さ d_1(図1)と d_2(図2)を比較する。

問2　浮力と重力のつり合いに着目して ℓ と $\ell_A + \ell_B$ をそれぞれ求め，その結果を用いて h_1 と h_2 の比を求めよ。

問3　問④—問⑦を参考にして，d_1 を h_1 を用いて近似せよ。h_1 は ℓ_0 より十分小さいとする。さらに，$\ell_{A0} = \dfrac{3}{4}\ell_0$，$\ell_{B0} = \dfrac{1}{4}\ell_0$ の場合に，d_1 と d_2 の比を求めよ。γ の値は $\dfrac{7}{5}$ を用いよ。

浮沈子という玩具では，本問で取り上げた気体の体積が変化することで生じる浮力変化を利用して，水圧を変化させることで物体(浮沈子)を浮き沈みさせている。