

滋賀医科大学
令和6年度
医学科一般選抜(前期日程)

問題冊子

数 学

(注 意)

1. 問題冊子は試験開始の合図があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は表紙のほか2ページである。
3. 試験中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
4. 解答用紙のすべてに受験番号及び氏名をはっきり記入すること。
5. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に明瞭に記入すること。
ただし解答欄が不足する場合は、下書欄(裏面)にはみだしてもよい。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は、無効にすることがある。
7. 本学受験票及び大学入学共通テスト受験票を机の右上に出しておくこと。
8. 試験時間は120分である。
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答用紙は持ち帰らないこと。

数 学

(各問 50 点)

1 n, m は 2 以上 100 以下の自然数とする。

- (1) 2^n の一の位が 2 となる n はいくつあるか。
- (2) 6^n の十の位が 3 となる n はいくつあるか。
- (3) $\log_n m$ が有理数となる (n, m) の組はいくつあるか。

2 平面上に 3 点 O, A, B があり, それらは一直線上にないものとする。半直線 OA 上に O と異なる点 P があり, 半直線 OB 上に O と異なる点 Q がある。 O, A, B を頂点とする三角形を T とし, O, P, Q を頂点とする三角形を U とする。

- (1) $OP + OQ = OA + OB$ であり, U と T の面積が等しいとき, U と T は合同であることを示せ。
- (2) $PQ = AB$ であり, U と T の面積が等しいとき, U と T は合同であることを示せ。
- (3) $OP + OQ$ が一定であるように P, Q が動くとする。 U の面積が最大となるのは, $OP = OQ$ のときであることを示せ。
- (4) PQ が一定であるように P, Q が動くとする。 U の面積が最大となるのは, $OP = OQ$ のときであることを示せ。

3 0でない複素数 z に対して,

$$w = \left(2z + \frac{3}{z}\right)^2$$

とおく。複素数平面上において、次の問いに答えよ。なお、点を求めるとは、その点を表す複素数を求めることである。

- (1) 点 z が原点を中心とする半径 $\frac{\sqrt{6}}{2}$ の円上を動くとき、点 w はある線分を描くことを示し、その線分の両端の点を求めよ。
- (2) 点 z が原点を中心とする半径 1 の円上を動くとき、点 w はある楕円を描くことを示し、その楕円の焦点を求めよ。
- (3) a を 1 でない正の実数、 i を虚数単位とし、原点および点 $a + i$ を通る直線を ℓ とする。点 z が ℓ 上の原点以外の点を動くとき、点 w はある双曲線上にあることを示し、その双曲線の焦点を求めよ。

4 a を正の実数、 n を正の整数とする。次を示せ。

$$(1) e^a = 1 + a + \int_0^a (a-x)e^x dx$$

$$(2) \int_0^a (a-x)^n e^x dx = \frac{a^{n+1}}{n+1} + \int_0^a \frac{(a-x)^{n+1}}{n+1} e^x dx$$

$$(3) e^a = 1 + a + \frac{a^2}{2} + \frac{a^3}{6} + \int_0^a \frac{(a-x)^3}{6} e^x dx$$

$$(4) e^a \leq 1 + a + \frac{a^2}{2} + \frac{a^3}{6} + \frac{a^4}{24} e^a$$

$$(5) e < 2.8$$