

滋賀医科大学

平成 27 年度

医学科一般入試(前期日程)問題

数 学

(注 意)

1. 問題冊子は試験開始の合図があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は表紙のほか 2 ページである。
3. 試験中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
4. 解答用紙のすべてに受験番号及び氏名をはっきり記入すること。
5. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に明瞭に記入すること。
ただし解答欄が不足する場合は、下書欄(裏面)にはみだしてもよい。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は、無効にすることがある。
7. 本学受験票及び大学入試センター試験受験票を机の右上に出しておくこと。
8. 試験時間は 120 分である。
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答用紙は持ち帰らないこと。

数 学

(各問 50 点)

1 a を定数とする。 $x > 0$ における関数

$$f(x) = \log x + ax^2 - 3x$$

について、曲線 $y = f(x)$ は $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ で変曲点をもつとする。

- (1) a を求めよ。
- (2) k を定数とするとき、方程式 $f(x) = k$ の異なる実数解の個数を求めよ。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸、および 2 直線 $x = 1$, $x = 2$ で囲まれた部分を、 x 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

2 $a < b$ とする。放物線 $y = x^2$ 上の 2 点 $A(a, a^2)$, $B(b, b^2)$ におけるそれぞれの接線の交点を C とおく。 $\angle ACB = 60^\circ$ であるとする。

- (1) $a + b = 0$ のとき、 a を求めよ。
- (2) ある正の実数 k を用いて $\overrightarrow{CA} = -k(1, 2a)$, $\overrightarrow{CB} = k(1, 2b)$ と表されることを示せ。
- (3) $a < -\frac{\sqrt{3}}{6}$, $b > \frac{\sqrt{3}}{6}$ を示せ。
- (4) b を a を用いて表せ。

3 a を $0 < a < \frac{\pi}{2}$ をみたす定数とし、方程式

$$x(1 - \cos x) = \sin(x + a)$$

を考える。

(1) n を正の整数とすると、上の方程式は $2n\pi < x < 2n\pi + \frac{\pi}{2}$ の範囲でただ1つの解をもつことを示せ。

(2) (1)の解を x_n とおく。極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n - 2n\pi)$ を求めよ。

(3) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (x_n - 2n\pi)$ を求めよ。ただし、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ を用いてよい。

4 (1) さいころを2回投げて、出た目を順に a, b とおく。関数

$$f(x) = ax$$

について $f(b) = 6$ となる確率を求めよ。

(2) さいころを4回投げて、出た目を順に a, b, c, d とおく。関数

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$$

について $f(d)$ が素数となる確率を求めよ。

(3) さいころを6回投げて、出た目を順に a, b, c, d, e, f とおく。2つの放物線

$$y = ax^2 + bx + c, \quad y = dx^2 + ex + f$$

がただ1つの共有点をもつ確率を求めよ。