滋賀医科大学

平成26年度

医学科一般入試(前期日程)問題

数　学

(注　意)

1. 問題冊子は試験開始の合図があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は表紙のほか2ページである。
3. 試験中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
4. 解答用紙のすべてに受験番号及び氏名をはっきり記入すること。
5. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に明瞭に記入すること。
   ただし解答欄が不足する場合は，下書欄(裏面)にはみだしてもよい。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は，無効にすることがある。
7. 本学受験票及び大学入試センター試験受験票を机の右上に出しておくこと。
8. 試験時間は120分である。
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが，解答用紙は持ち帰らないこと。

数　　学

（各問 50 点）

$\boxed{1}$ さいころを n 回（$n \geqq 1$）投げて，出た目の最小公倍数を l とするとき，次の確率を求めよ。

(1) 2 と 3 の少なくとも一方が一度も出ない確率

(2) l が素数となる確率

(3) l が出た目の一つに等しい確率

$\boxed{2}$ $\mathrm{OA} = \mathrm{BC}$，$\mathrm{OB} = \mathrm{CA}$，$\mathrm{OC} = \mathrm{AB}$ である四面体 OABC を考える。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とする。$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ は，ベクトル $\vec{x}$，$\vec{y}$，$\vec{z}$ を用いて $\vec{a} = \vec{y} + \vec{z}$，$\vec{b} = \vec{z} + \vec{x}$，$\vec{c} = \vec{x} + \vec{y}$ と表されている。

(1) $\vec{x}$，$\vec{y}$，$\vec{z}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

(2) 内積 $\vec{x} \cdot \vec{y}$，$\vec{y} \cdot \vec{z}$，$\vec{z} \cdot \vec{x}$ を求めよ。

(3) 点 P が 4 点 O，A，B，C から等距離にあるとき，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。さらに長さ OP を OA，OB，OC を用いて表せ。

(4) 点 O，A，B の座標がそれぞれ $(0, 0, 0)$，$(0, 2, 2)$，$(0, 3, 0)$ であるとき，点 C の座標をすべて求めよ。

3 $f(x)=\dfrac{\sin x}{e^x}$，$g(x)=\dfrac{\cos x}{e^x}$ とする。

(1) 関数$f(x)$の第4次までの導関数を求めよ。

(2) $0 \leqq x \leqq 2\pi$ の範囲において，2つの曲線$y=f(x)$，$y=g(x)$の概形をかけ。

(3) $x \geqq 0$ の範囲において，2つの曲線$y=f(x)$，$y=g(x)$の交点をx座標の小さい順に P_1，P_2，…，P_n，… とするとき，P_n の座標を求めよ。

(4) P_n のx座標をa_nとする。$a_n \leqq x \leqq a_{n+1}$ の範囲において，2つの曲線$y=f(x)$，$y=g(x)$で囲まれた部分の面積をS_nとする。$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ を求めよ。

4 関数$f(x)$は導関数$f'(x)$および第2次導関数$f''(x)$をもち，区間$0 \leqq x \leqq 1$において，

$$f(x)>0, \qquad \{f'(x)\}^2 \leqq f(x)f''(x) \leqq 2\{f'(x)\}^2$$

を満たしている。$f(0)=a$，$f(1)=b$ とするとき，次の不等式を示せ。

(1) $f\left(\dfrac{1}{2}\right) \leqq \dfrac{a+b}{2}$

(2) $f\left(\dfrac{1}{3}\right) \leqq \sqrt[3]{a^2b}$

(3) $f\left(\dfrac{1}{4}\right) \geqq \dfrac{4ab}{a+3b}$

(4) $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx \leqq \frac{1}{4}a + \frac{1}{2}\sqrt{ab} + \frac{1}{4}b$