

滋賀医科大学

平成 24 年度 医学科(前期日程)入学試験問題

数 学

(注 意)

1. 問題冊子は試験開始の合図があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は表紙のほか 2 ページである。
3. 試験中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
4. 解答用紙のすべてに受験番号及び氏名をはっきり記入すること。
5. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に明瞭に記入すること。
ただし解答欄が不足する場合は，下書欄(裏面)にはみだしてもよい。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は，無効にすることがある。
7. 本学受験票及び大学入試センター試験受験票を机の右上に出しておくこと。
8. 試験時間は 120 分である。
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが，解答用紙は持ち帰らないこと。

数 学

(各問 50 点)

1 xyz 空間内の $\vec{0}$ でないベクトル $\vec{p} = (x, y, z)$ を考え, $\vec{p}' = \frac{\vec{p}}{|\vec{p}|}$ とおく。

- (1) $\vec{p}'$ の大きさを求めよ。
- (2) $\vec{p}$ と x 軸, y 軸, z 軸の正の向きとのなす角をそれぞれ α, β, γ とおくととき,
 $\vec{p}' = (\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma)$ を示せ。
- (3) $\vec{p} = (3, 4, 12)$ とする。頂点 $O(0, 0, 0)$, $A(a_1, a_2, a_3)$, $B(b_1, b_2, b_3)$ の $\triangle OAB$ について,
 $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ はともに $\vec{p}$ に垂直とする。 $\triangle OAB$ の面積を S とおくととき,
 xy 平面上の点 O , $A'(a_1, a_2, 0)$, $B'(b_1, b_2, 0)$ が作る $\triangle OA'B'$ の面積を S を用いて表せ。

2 p を定数とする。初項 $a_1 = 1$ の数列 $\{a_n\}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を次のように定める。

$$a_{n+1} - \frac{a_n}{2} \text{ は整数, かつ } -\frac{1}{2} < a_{n+1} - p \leq \frac{1}{2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

- (1) $p = 0$ のとき, 数列 $\{a_n\}$ の極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。
- (2) $p = 1$ のとき, $b_n = a_{2n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定まる数列 $\{b_n\}$ の極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ を求めよ。
- (3) $p = 1$ のとき, 数列 $\{a_n\}$ は収束するかどうか, 理由を付けて答えよ。

3 正の整数 n に対して、 $f_n(x) = \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} \left(\frac{x^{2k-1}}{2k-1} + \frac{x^{2k}}{2k} \right)$ を考える。

(1) 導関数 $f'_n(x)$ を求めよ。ただし和の記号 Σ を用いずに表せ。

(2) $\int_0^1 \frac{1+x}{1+x^2} dx$ を求めよ。

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(1)$ を求めよ。

4 赤色、青色、黄色の箱を各一箱、赤色、青色、黄色の球を各一個用意して、各球を球と同じ色の箱に入れる。この状態からはじめて、次の操作を n 回 ($n \geq 1$) 行う。

(操作) 三つの箱から二つの箱を任意に選び、その二つの箱の中の球を交換する。

(1) 赤色の球が赤色の箱に入っている確率を求めよ。

(2) 箱とその中の球の色が一致している箱の個数の期待値を求めよ。

(3) 赤色の球が赤色の箱に入っている事象と、青色の球が青色の箱に入っている事象は、互いに独立かどうか、理由を付けて答えよ。