

滋賀医科大学
平成 23 年度
医学科(前期日程)入学試験問題

数 学

(注 意)

1. 問題冊子は試験開始の合図があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は表紙のほか 2 ページである。
3. 試験中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
4. 解答用紙のすべてに受験番号及び氏名をはっきり記入すること。
5. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に明瞭に記入すること。
ただし解答欄が不足する場合は、下書欄(裏面)にはみだしてもよい。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は、無効にすることがある。
7. 本学受験票及び大学入試センター試験受験票を机の右上に出しておくこと。
8. 試験時間は 120 分である。
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答用紙は持ち帰らないこと。

平成23年度
医学科（前期日程）入学試験

数 学

補 足 説 明

2月25日（金）10時00分開始

数学

2 ページ 3 (3)

収束とは、一定の実数に限りなく
近づくことである。

※試験終了後は持ち帰ってください。

数 学

(各問 50 点)

1 座標平面上に 3 点 $O(0, 0)$, $A(0, 1)$, $B(x, \frac{1}{2})$ ($x > 0$) を考える。ベクトル

$$t\overrightarrow{OA} + (1-t)\overrightarrow{OB}$$

の長さを最小にする実数 t の値を t_0 とし、点 H を $\overrightarrow{OH} = t_0\overrightarrow{OA} + (1-t_0)\overrightarrow{OB}$ で定まる点とする。

- (1) t_0 を x を用いて表せ。
- (2) H が線分 AB を 2 等分するとき、 x の値を求めよ。
- (3) x を動かすとき、 $\triangle OAH$ の面積が最大になる x の値を求めよ。

2 a を正の実数とし、実数 x についての関数 $f(x) = (x^3 + ax)e^{-\frac{x^2}{a}}$ を考える。ただし任意の自然数 n に対して $\lim_{t \rightarrow \infty} t^n e^{-t} = 0$ であることを使ってよい。

- (1) $y = f(x)$ のグラフの概形を、極値および変曲点を調べて描け。
- (2) $g(x) = \int_0^x f(t) dt$ を求めよ。
- (3) $f(x) = g(x)$ となる実数 x はいくつあるか。

- 3 文字 x, y, z の任意の整式 A に対して, x, y, z をそれぞれ $\sin \theta, \cos \theta, \tan \theta$ に置き換えて得られる θ の関数を $\tilde{A}(\theta)$ で表す。例えば,

$$P = x^5 + z^4 - xyz \quad \text{ならば} \quad \tilde{P}(\theta) = \sin^5 \theta + \tan^4 \theta - \sin \theta \cos \theta \tan \theta,$$

$$P = x^2 + y^2, Q = 1 \quad \text{ならば} \quad \tilde{P}(\theta) = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 = \tilde{Q}(\theta)$$

である。ただし θ の関数の定義域は $0 \leq \theta \leq 2\pi$, $\theta \neq \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$ とする。

- (1) P を x, y, z の整式とする。 $\tilde{P}(\theta) = \tilde{Q}(\theta)$ となる y, z の整式 Q が存在することを示せ。
- (2) P を x, y, z の整式とする。 $\tilde{P}(0) = \tilde{P}(\pi)$ ならば, $\tilde{P}(\theta) = \tilde{Q}(\theta)$ となる x, z の整式 Q が存在することを示せ。
- (3) P を x, y, z の整式とする。 $\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}$ のとき, および $\theta \rightarrow \frac{3\pi}{2}$ のとき, $\tilde{P}(\theta)$ がそれぞれ収束するならば, $\tilde{P}(\theta) = \tilde{Q}(\theta)$ となる x, y の整式 Q が存在することを示せ。

- 4 円卓の周りに並べられた n 席の座席に m 人の人が座るとき, どの二人も隣り合わない確率を $P(n, m)$ とする。ただし $2 \leq m \leq \frac{n}{2}$ とし, どの空席も同じ確率で選ぶものとする。

- (1) $P(n, 2)$ を n を用いて表せ。
- (2) $P(n, m)$ を n, m を用いて表せ。
- (3) $\lim_{m \rightarrow \infty} P(m^2, m)$ を求めよ。