

【医学科】

数 学 問 題

2025(令和7)年度

【注意事項】

1. 試験時間は120分である。
2. 試験開始の合図まで、この問題冊子を開いてはいけない。ただし、表紙はあらかじめよく読んでおくこと。
3. この問題冊子の印刷は1ページから4ページまでである。
4. 解答用紙は問題冊子中央に4枚はさみこんである。
5. 問題冊子に落丁、乱丁、印刷不鮮明な箇所等があった場合および解答用紙が不足している場合は、手をあげて監督者に申し出ること。
6. 試験開始後、4枚ある解答用紙の所定の欄に、受験番号と氏名を記入すること（1枚につき受験番号は 2箇所、氏名は 1箇所）。
7. 解答は必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。解答用紙の裏面に記入してはいけない。
8. 問題番号に対応した解答用紙に解答していない場合は、採点されない場合もあるので注意すること。
9. 解答用紙を切り離したり、持ち帰ってはいけない。
10. 問題冊子の中の白紙部分は下書き等に使用してよい。
11. 試験終了時刻まで退室を認めない。試験中の気分不快やトイレ等、やむを得ない場合には、手をあげて監督者を呼び、指示に従うこと。
12. 試験終了後は問題冊子を持ち帰ること。





〔Ⅰ〕以下の各問いに答えなさい。ただし、解答のみを解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

(1) 方程式

$$\frac{1}{x-2} + \frac{6}{5} = \frac{1}{x-1} - \frac{5}{x^2+3x-4}$$

の解をすべて求めなさい。

(2) 次のように定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めなさい。

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 3^{n-1}$$

(3) $x > 0$ のとき,

$$\frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 5}{x^2 + 2x + 1}$$

の最小値を求めなさい。

(4) n が 100 以上の整数であるとき, $\sum_{k=1}^n \frac{1}{(k+1)\sqrt{k} + k\sqrt{k+1}}$ が有理数になるような最小の n の値を求めなさい。



〔Ⅱ〕 正の整数について、各位の数字を逆の順番に並べて得られる数がもとの数と同じになる数を回文数といいます。

すなわち、正の整数 n にたいして、 n 桁の正の整数

$$x = \sum_{i=1}^n a_i \times 10^{i-1} \quad (\text{ただし, } a_i = 0, 1, \dots, 9 \text{ であり } a_n \neq 0)$$

について、 $a_{n+1-i} = a_i$ がすべての $i = 1, \dots, n$ にたいして成り立つときに、 x を回文数といいます。

これによると、たとえば、11, 212, 1001 などのような数や $1, 2, \dots, 9$ のような一桁の数は回文数であるといえます。

このとき、以下の各問いに答えなさい。

- (1) 小さい方からかぞえて 19 番目の回文数を答えなさい。
- (2) $101 \leq x \leq 9999$ をみたす回文数 x の個数を求めなさい。
- (3) N を正の整数とするときに、 10^{2N} より小さな回文数の個数を N を用いて書き表しなさい。
- (4) 小さい方からかぞえて 2025 番目の回文数を答えなさい。



〔Ⅲ〕 $x - y - z = -3$ で表される平面を α とおき、 $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z + 6 = 0$ で表される球を S とおきます。

以下の各問いに答えなさい。

(1) 原点 $O(0, 0, 0)$ から平面 α に下ろした垂線の足を H とおくとき、線分 OH の長さを求めなさい。

(2) 平面 α と球 S の交わりで作られる平面 α 上の円 C の面積を求めなさい。

(3) 円 C の円周上を動く点を P とおくとき、線分 HP の長さが最大になるような P の座標を求めなさい。



〔Ⅳ〕 以下の各問いに答えなさい。

(1) 関数 $\frac{1 + \tan x}{1 - \tan x}$ の導関数を求めなさい。

(2) 関数 $\frac{\sin x - 1}{1 + \cos^2 x}$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) の極値をすべて求めなさい。

(3) 定積分 $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x}{1 - \cos x} dx$ の値を求めなさい。

(4) 曲線 $y = \sin x$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$) と y 軸および直線 $y = 1$ によって囲まれた部分を y 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。



