

平成 16 年度前期日程入学試験学力検査問題

理 科

平成 16 年 2 月 25 日 13:30~16:00 (150 分)

物 理…… 1~18 ページ, 化 学……19~30 ページ

生 物……31~44 ページ, 地 学……45~54 ページ

志 望 学 部	試 験 科 目
理 学 部 農 学 部	物理, 化学, 生物, 地学のうちから 2 科目選択
医 学 部 歯 学 部	物理, 化学, 生物のうちから 2 科目選択
薬 学 部 工 学 部	物理(指定), 化学(指定)

注 意 事 項

1. この冊子は, 54 ページである。白紙のページや問題の余白は草案のために使用してよい。なお, ページの脱落, 印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること。
2. 解答は, 必ず黒鉛筆(シャープペンシルも可)で記入し, ボールペン・万年筆などを使用してはいけない。
3. 答案紙の受験記号番号欄(1 枚につき 2 か所)には, 忘れずに受験票と同じ受験記号番号を記入すること。
4. 解答は, 必ず選択した科目の答案紙の指定された箇所に記入すること。
5. 答案紙は, 持ち帰ってはいけない。
6. 試験終了後, この冊子は持ち帰ること。

物 理

1 図1のように、平らな板に電磁石を取り付けた物体Aと、磁石に引きつけられる素材でできた平らな板Bが、水平な床の上に重ねて置いてある。AおよびBの質量はそれぞれ m および M とする。BはAよりも十分大きく、AはBの上から落ちずに運動する。また、電磁石に電流を流すと、AとBの間に鉛直方向に大きさ W ($W > 0$)の磁気力(引力)が働く。 W は電磁石に流れる電流の大きさを変えることにより変化させることができる。AとBとの間、およびBと床との間の静止摩擦係数はともに μ 、動摩擦係数はともに μ' である。

時刻 $t = 0$ にBを静止させた状態で、Aに水平方向に初速度 v を与え、Aが床に対して静止するまでの間の、AとBの運動の様子を調べた。その結果、 W がある値 W_1 よりも大きいか小さいかによって、次の2種類の運動が観測された。

運動Ⅰ： $W < W_1$ のとき、Bは床に対して静止したまま、AのみがBの上を運動して、ある時間の後に静止した。

運動Ⅱ： $W > W_1$ のとき、Aが運動を始めた直後にBも床に対して運動を始めた。その後、AとBの速度差 Δv は、時間の経過とともに小さくなり、 $t = t_1$ のときに $\Delta v = 0$ になった。 $t = t_1$ 以降、AとBは $\Delta v = 0$ の状態で運動し、 $t = t_2$ のときに床に対して静止した。

いずれの場合も、AとBが運動する方向は、常にAの初速度の方向と平行であり、AもBも回転することはなかった。

重力加速度の大きさを g とし、空気による抵抗は無視できるものとして、以下の問いに答えよ。ただし、電磁石はBに対してのみ引力を及ぼし、床に対しては力を及ぼさないものとする。解答は、答案紙の所定の場所に記入せよ。なお、結果だけでなく、考え方や計算の過程も記せ。

- (1) BがAにおよぼす垂直抗力 N_1 、および床がBにおよぼす垂直抗力 N_2 を、 m 、 M 、 g 、 W を用いて表せ。
- (2) 運動Ⅰの場合に、Aが床に対して静止するまでに移動する距離 l を、 v 、 W 、 m 、 μ' 、 g を用いて表せ。
- (3) W_1 を、 m 、 M 、 μ 、 μ' 、 g を用いて表せ。
- (4) 運動Ⅱの場合の t_1 を、 v 、 W 、 M 、 m 、 μ' を用いて表せ。
- (5) 運動Ⅱの場合の、 $t_1 < t < t_2$ におけるAの加速度 a (Bの加速度と等しい)を、 μ' 、 g を用いて表せ。ただし、Aに与える初速度の向きを正の向きにとるものとする。

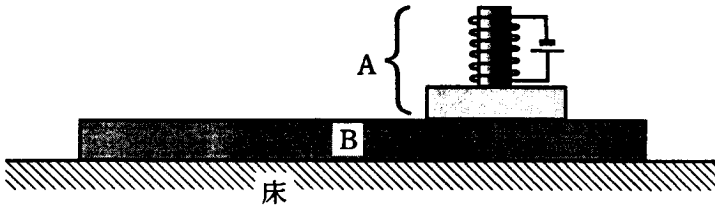


図 1

(6) 図2は、A および B の床に対する速度と t の関係をグラフに表したものである。図中の破線 PS は W が W_1 よりわずかに小さくて運動 I が起こった場合の A の速度を表している。また実線 PQ および OQ は、 W が W_1 よりわずかに大きくて運動 II が起こった場合の $0 < t < t_1$ における A および B の速度をそれぞれ表している。

(a) 運動 II の場合の $t_1 < t < t_2$ における A の速度を正しく表しているのは、図中の一点鎖線 QR と QT のどちらか、理由をつけて答えよ。

(b) A が運動を始めてから静止するまでに床に対して移動する距離は、運動 I と運動 II の場合でどちらが短い、理由をつけて答えよ。ただし、運動 I と運動 II の場合の W の差は非常に小さいので、 $0 < t < t_1$ における A の移動距離の差は無視できるものとする。図2の中の図形を指し示す必要がある場合には、図中の記号 O, P, Q, R, S, T を用いて、三角形 OPQ などと表すこと。

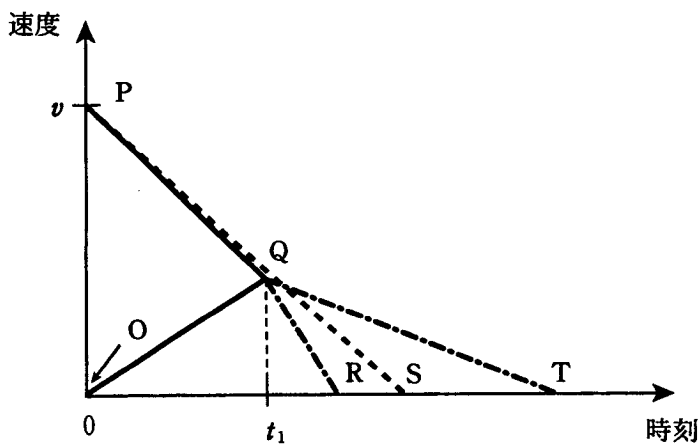


図2

2 天体観測における大気の影響を、図1に示すような単純化された大気モデルを用いて考察する。この大気モデルは、屈折率 n_1 の理想気体からなる上層大気と、屈折率 n_2 の理想気体からなる下層大気で構成されている。また、上層大気の上は真空である。地表は平面とし、真空と上層大気の境界面は平面で地表面に平行であるとする。また、上層大気と下層大気の境界面は図1のように大気の厚さに比べて小さな振幅で上下に波打っているものとする。

この大気を通して、天頂から角度 α 方向の無限遠にある星 S を地表から観測することを考える。以下の問いに答えよ。解答は、答案紙の所定の場所に記入せよ。また、結果だけでなく考え方や計算の過程も記せ。

ただし、以下では大気の屈折率を真空の屈折率 $n_0 = 1$ との差である屈折指数を用いて表す。すなわち、上層大気の屈折指数 N_1 と下層大気の屈折指数 N_2 は、それぞれ $N_1 \equiv n_1 - 1$ 、 $N_2 \equiv n_2 - 1$ で定義される。また、解答においては、 $|\delta| \ll 1$ が成り立つ場合の近似式、 $\sin \delta \doteq \delta$ 、 $\cos \delta \doteq 1$ 、 $\tan \delta \doteq \delta$ 、を用いてもよい。

※ $N_1 \equiv n_1 - 1$ 、 $N_2 \equiv n_2 - 1$ は、 $N_1 = n_1 - 1$ 、 $N_2 = n_2 - 1$ と同意。

(1) はじめに、真空と上層大気の境界での屈折を考えよう。いま、角度 α で入射した星 S からの光は真空と上層大気の境界で屈折し、その角度が δ_1 だけ変化した。 δ_1 を N_1 と α を用いて表せ。ただし、 $|\delta_1| \ll 1$ とせよ。

(2) 大気の屈折指数は大気の密度に比例することが知られている。今、下層大気の圧力、温度、屈折指数がそれぞれ $P_2 = 1.0 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ 、 $T_2 = 290 \text{ K}$ 、 $N_2 = 3.0 \times 10^{-4}$ であり、上層大気の圧力と温度が $P_1 = 0.95 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ 、 $T_1 = 285 \text{ K}$ であるとき、上層大気の屈折指数 N_1 を求めよ。ただし、上層大気と下層大気は同じ種類の理想気体であるとして考えよ。

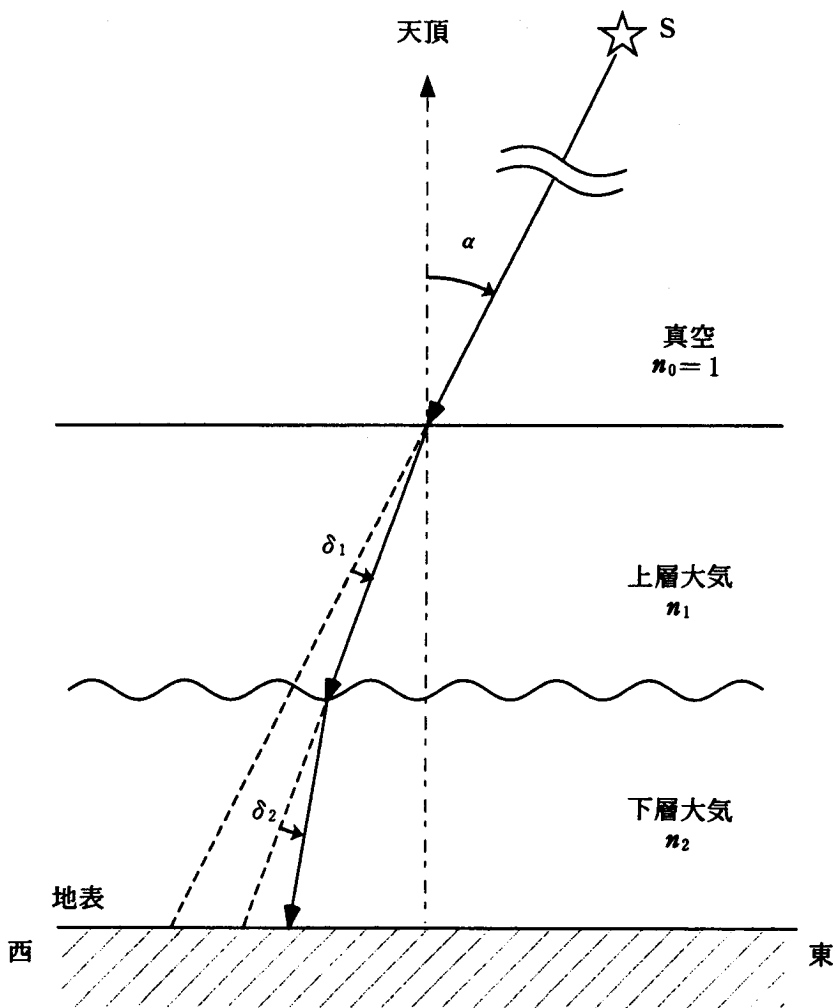


圖 1

(3) 次に $N_1 < N_2$ の条件で、天頂にある星 S を観測する場合を考察しよう。図 2 は、ある時刻 t での上層大気と下層大気の境界の拡大図である。図 2 において、 x, y, z 軸は、それぞれ東向き、紙面に垂直な北向き、天頂方向にとっており、その原点は地表にある。境界の形状は、図のように x 軸方向には振幅 A_0 で波長 L の正弦波で表され、 y 軸方向の位置にはよらないものとする。また、 Z_0 は地表から測った境界の高さの平均値であり、 $Z_0 \gg A_0$ が成り立っている。さらに、境界付近では風が吹いており、境界は形状を保ったまま x 軸正方向に速度 v で水平に移動しているものとする。無限遠にある星 S からの光は平行光と考えられることに注意して、以下の問いに答えよ。

ただし、観測中に星の位置は動かないものとする。また、図 2 に示したように境界上のある点での境界面の地表面に対する傾き角を β 、屈折による星 S からの光の角度のずれを δ_2 と表し、どちらも図 2 に示した向きを正とする。ただし $|\delta_2| \ll 1$ であり、さらに、星 S からの光が地表に達したときの屈折による x 方向のずれを Δx とすると、 $\Delta x \ll L$ が成り立つものとする。

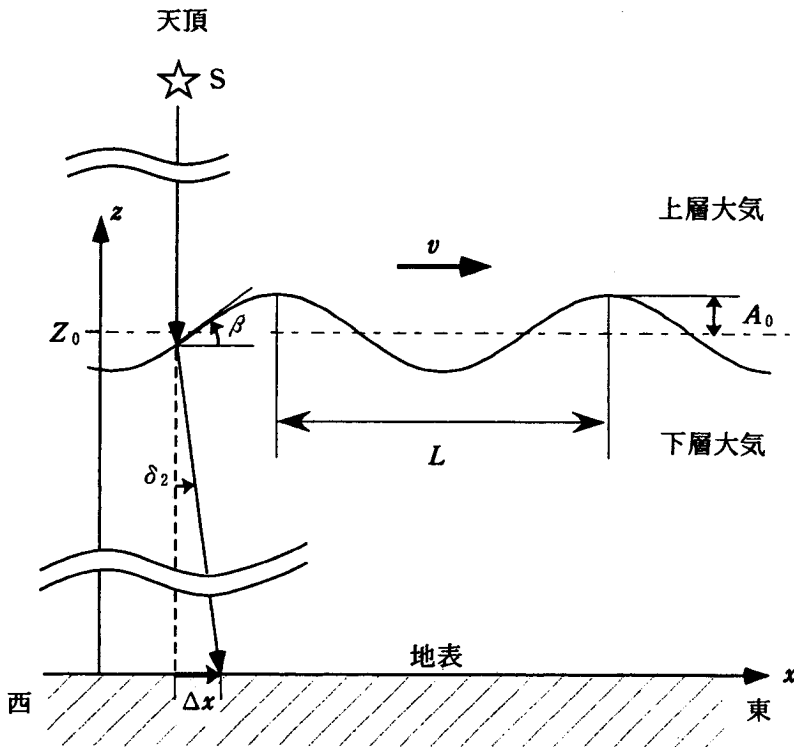


図 2

- (a) $|\delta_2| \ll 1$ であることを使って、 δ_2 を N_1 、 N_2 、 β を用いて表せ。
- (b) $L = 4.0 \text{ m}$ 、 $v = 10 \text{ m/s}$ の場合に、 L に比べて十分小さい口径(対物レンズの直径)の望遠鏡を地表の $x = 0.0 \text{ m}$ の位置に設置して星Sを観測した。この時、観測者から見える星Sの天頂方向から測った角度を δ として、その時間変化を表す曲線の概略を答案紙のグラフに記入せよ。ただし、 xz 断面における境界の接線の傾きは、時刻 t 、座標 x において

$$-\frac{2\pi}{L} A_0 \sin 2\pi \left(\frac{x - vt}{L} \right)$$

で表される。また、 δ は東側に見える場合を正とし、その最大値を δ_{\max} とせよ。さらに、 $\Delta x \ll L$ であるから、ずれ Δx による境界の接線の傾きの違いは無視せよ。

- (c) 今度は L に比べて大きい口径の望遠鏡を使用して天頂の星Sを観測する場合を考える。この場合に観測される星Sの形状を考え方や理由とともに答えよ。ただし、望遠鏡の精度は十分高く、大気のない条件では星は大きさのない点として観測されるものとする。

3 図1は、電場中と磁場中における正イオンの運動を利用して、正イオンの比電荷を求める装置を示している。図1のように、十分に大きい蛍光面に原点Oをとり、さらに互いに直交する x 軸と y 軸と z 軸をとる。図2は、 x 軸の負方向から見た装置の図である。蛍光面から距離 L の位置にある偏向電極は、一辺の長さ w の正方形の金属平板からなり、それぞれ $y = +\frac{D}{2}$ 、 $-\frac{D}{2}$ の位置にある。図1に示す辺FGと辺HIは x 軸に平行で、両辺の中点を結ぶ直線は、点N(0, 0, $-L$)を通る。スイッチを閉じると、電源の起電力が偏向電極間にかかり、一様な電場が y 軸の正方向にかかる。偏向電極の上下にある電磁石に電流を流すと、偏向電極間に一様な磁場が、 y 軸の負方向にかかる。イオン源から正イオン(電荷 e)が z 軸の正方向に発射され、点M(0, 0, $-L-w$)から偏向電極間に入射する。正イオンは、偏向電極間だけで電場と磁場の影響を受け、偏向電極に衝突せずに蛍光面に到達し、蛍光面上に輝点(光点)が観測されるものとする。

この装置は真空中にあり、重力の影響は無視でき、かつ、最初の状態では電場と磁場はないものとして、以下の問いに答えよ。解答は、答案紙の所定の場所に記入せよ。なお、結果だけでなく、考え方や計算の過程も記せ。

(1) 電磁石に電流を流して、偏向電極間に磁束密度の大きさ B の磁場をかけたところ、速さ v で偏向電極間に入射した質量 m の正イオンは、偏向電極間で半径 r の円弧を描いて運動した。そして、正イオンは、点Nから h_B の距離にある面FGHI上の点を通って偏向電極間からとび出した。蛍光面上の輝点は、原点Oから距離 d_B の位置に観測された。

- (a) r を、 m , v , e , B を用いて表せ。
- (b) h_B を、 r と w を用いて表せ。
- (c) d_B を、 r , w , L を用いて表せ。
- (d) $w \ll r$ が成り立つほど B は十分小さく、かつ、 $w \ll L$ のとき、問(1)(c)で

求めた d_B が、 $d_B \doteq \frac{eBwL}{mv}$ で近似されることを示せ。

このとき、 $\sqrt{1 - \left(\frac{w}{r}\right)^2} \doteq 1$, $1 + \frac{w}{L} \doteq 1$ の近似式を用いてよい。

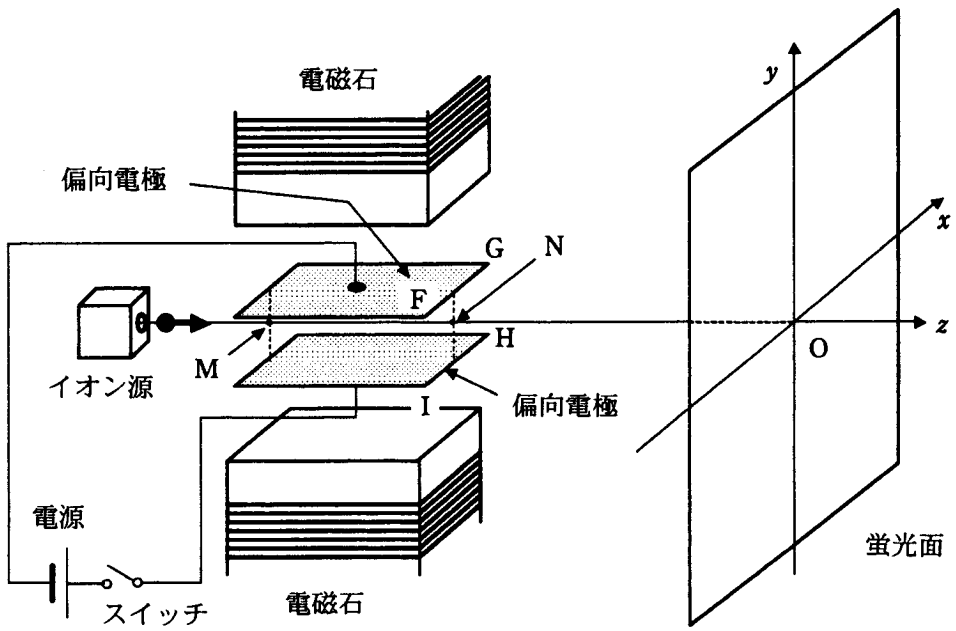


図 1

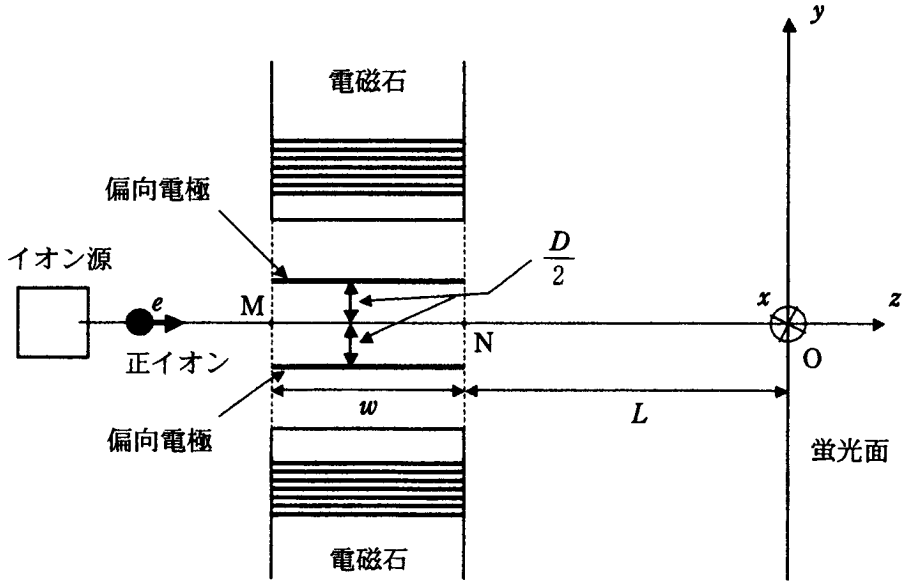


図 2

(2) 次に、電磁石に電流を流すのをやめ、偏向電極間の磁場をなくしてから、スイッチを閉じて偏向電極間に強さ E の電場をかけた。速さ v で偏向電極間に入射した質量 m の正イオンは蛍光面上に到達し、輝点が原点 O から距離 d_E の位置に観測された。

(a) $w \ll L$ のとき、 d_E が、 $d_E \doteq \frac{eEwL}{mv^2}$ で近似されることを示せ。

このとき、 $1 + \frac{w}{2L} \doteq 1$ の近似式を用いてよい。

(b) 蛍光面に衝突する直前に、正イオンがもっていたエネルギー U を、 m 、 v 、 e 、 E 、 w を用いて表せ。

(3) 次に、強さ E の電場と磁束密度の大きさ B の磁場を偏向電極間に同時にかけた。 $w \ll r$ が成り立つほど B は十分小さく、かつ、 $w \ll L$ であったとする。このとき、問(1) (d)と問(2) (a)の結果から、質量が m で、偏向電極間に入射する速さが v の正イオンの場合には、蛍光面上の輝点の座標は $(\frac{eBwL}{mv}, \frac{eEwL}{mv^2}, 0)$ となる。

(a) イオン源から、さまざまな速さの正イオン(質量 m 、電荷 e)が発射されるようになり、輝点が一点でなくなったとする。偏向電極間に入射した正イオンの速さが分からないとき、これらの輝点の座標から正イオンの比電荷 $\frac{e}{m}$ を求める方法を述べよ。

(b) 今度は、質量の異なった2種類の正イオン(電荷はいずれも e である)が、同じ運動量でイオン源から発射されたとする。これらの正イオンは、質量 m_0 の分子がいくつか結合して構成されているため、 $2m_0$ 、 $3m_0$ 、 $4m_0$ 、 $5m_0$ 、 $6m_0$ 、 $7m_0$ のうちのいずれかであった。このとき観測された輝点 P 、 Q は図3のようになった。ここでは、図の x 軸と y 軸の1目盛りを、それぞれ x_0 と y_0 としている。偏向電極間に入射する正イオンがもつ運動量の大きさが不明のとき、輝点 P 、 Q の座標から、比電荷 $\frac{e}{m_0}$ を、 x_0 、 y_0 、 E 、 B 、 w 、 L を用いて表せ。

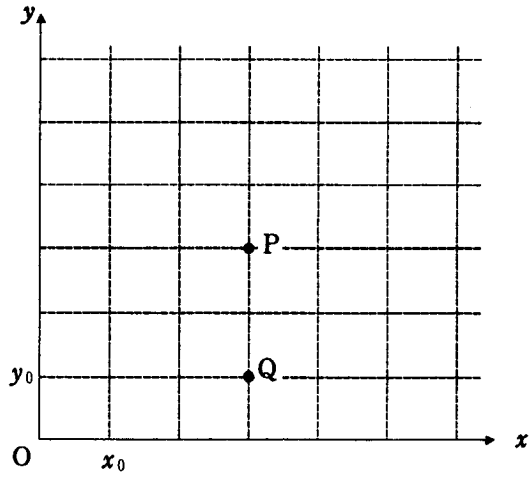


图 3