東北大学　医学部
歯学部

平成28年度前期日程入学試験学力検査問題

平成28年2月26日

数　学

（理系
医学部医学科
医学部保健学科放射線技術科学専攻・
検査技術科学専攻）

志望学部／学科／専攻	試験時間	指定解答用紙
理学部 医学部医学科 医学部保健学科放射線技術科学専攻 医学部保健学科検査技術科学専攻 歯学部 薬学部 工学部 農学部	10：00～12：30 (150分)	Ⓘ，Ⓘ，Ⓘの マークの用紙 (各表・裏)

注　意　事　項

1. **試験開始の合図があるまで，この問題冊子，解答用紙を開いてはいけない。**
2. この問題冊子は，6ページである。問題冊子の白紙のページや問題の余白は草案のために使用してよい。なお，ページの脱落，印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること。
3. 解答は，必ず**黒鉛筆**(シャープペンシルも可)で記入し，ボールペン・万年筆などを使用してはいけない。
4. **解答用紙の受験記号番号欄(1枚につき2か所)には，忘れずに受験票と同じ受験記号番号をはっきりと判読できるように記入すること。**
5. 解答は，必ず**解答用紙の指定された箇所**に記入すること。
6. **解答用紙を持ち帰ってはいけない。**
7. 試験終了後，この問題冊子は持ち帰ること。

前期：理学部・医学部(医学科，保健学科放射線技術科学専攻・検査技術科学専攻)・歯学部・薬学部・工学部・農学部

$\boxed{1}$ 鋭角三角形 △ABC において，頂点 A, B, C から各対辺に垂線 AD, BE, CF を下ろす。これらの垂線は垂心 H で交わる。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) 四角形 BCEF と AFHE が円に内接することを示せ。

(2) ∠ADE = ∠ADF であることを示せ。

$\boxed{2}$ 以下の問いに答えよ。

(1) 6 以上の整数 n に対して不等式

$$2^n > n^2 + 7$$

が成り立つことを数学的帰納法により示せ。

(2) 等式

$$p^q = q^p + 7$$

を満たす素数の組 (p, q) をすべて求めよ。

$\boxed{3}$ サイコロを 3 回振って出た目の数をそれぞれ順に a, b, c とする。以下の問いに答えよ。

(1) a, b, c がある直角三角形の 3 辺の長さとなる確率を求めよ。

(2) a, b, c がある鈍角三角形の 3 辺の長さとなる確率を求めよ。

$\boxed{4}$ 多項式 $P(x)$ を

$$P(x) = \frac{(x+i)^7 - (x-i)^7}{2i}$$

により定める。ただし，i は虚数単位とする。以下の問いに答えよ。

(1) $P(x) = a_0x^7 + a_1x^6 + a_2x^5 + a_3x^4 + a_4x^3 + a_5x^2 + a_6x + a_7$ とするとき，係数 $a_0, \ldots, a_7$ をすべて求めよ。

(2) $0 < \theta < \pi$ に対して，

$$P\left(\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right) = \frac{\sin 7\theta}{\sin^7\theta}$$

が成り立つことを示せ。

(3) (1) で求めた a_1, a_3, a_5, a_7 を用いて，多項式 $Q(x) = a_1x^3 + a_3x^2 + a_5x + a_7$ を考える。$\theta = \dfrac{\pi}{7}$ として，$k = 1, 2, 3$ について

$$x_k = \frac{\cos^2 k\theta}{\sin^2 k\theta}$$

とおく。このとき，$Q(x_k) = 0$ が成り立つことを示し，$x_1 + x_2 + x_3$ の値を求めよ。

$\boxed{5}$ 空間内に，直線 l で交わる 2 平面 α, β と交線 l 上の 1 点 O がある。さらに，平面 α 上の直線 m と平面 β 上の直線 n を，どちらも点 O を通り l に垂直にとる。m, n 上にそれぞれ点 P, Q があり，

$$\mathrm{OP} = \sqrt{3}\,,\ \ \mathrm{OQ} = 2\,,\ \ \mathrm{PQ} = 1$$

であるとする。線分 PQ 上の動点 T について，$\mathrm{PT} = t$ とおく。点 T を中心とした半径 $\sqrt{2}$ の球 S を考える。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) S の平面 α による切り口の面積を t を用いて表せ。

(2) S の平面 α による切り口の面積と S の平面 β による切り口の面積の和を $f(t)$ とおく。T が線分 PQ 上を動くとき，$f(t)$ の最大値と，そのときの t の値を求めよ。

$\boxed{6}$ 関数

$$f(x) = \int_0^{\pi} \left|\sin(t - x) - \sin 2t\right| dt$$

の区間 $0 \leqq x \leqq \pi$ における最大値と最小値を求めよ。