東北大学 医学部 歯学部

平成26年度前期日程入学試験学力検査問題

平成26年2月26日

数　学

(理系
医学部医学科
医学部保健学科放射線技術科学専攻・
検査技術科学専攻)

志望学部／学科／専攻	試験時間	指定解答用紙
理学部 医学部医学科 医学部保健学科放射線技術科学専攻 医学部保健学科検査技術科学専攻 歯学部 薬学部 工学部 農学部	10：00～12：30 (150分)	Ⅰ，Ⅱ，Ⅲの マークの用紙 (各表・裏)

注　意　事　項

1. **試験開始の合図があるまで，この問題冊子，解答用紙を開いてはいけない。**
2. この問題冊子は，6ページである。問題冊子の白紙のページや問題の余白は草案のために使用してよい。なお，ページの脱落，印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること。
3. 解答は，必ず黒鉛筆(シャープペンシルも可)で記入し，ボールペン・万年筆などを使用してはいけない。
4. **解答用紙の受験記号番号欄(1枚につき2か所)には，忘れずに受験票と同じ受験記号番号をはっきりと判読できるように記入すること。**
5. 解答は，必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
6. **解答用紙を持ち帰ってはいけない。**
7. 試験終了後，この問題冊子は持ち帰ること。

——このページは白紙——

――――このページは白紙――――

前期：理学部・医学部（医学科，保健学科放射線技術科学専攻・検査技術科学専攻）・歯学部・薬学部・工学部・農学部

1 $x = t + \dfrac{1}{3t} \left(0 < t \leqq \dfrac{1}{2}\right)$とする。

(1) xのとり得る値の範囲を求めよ。

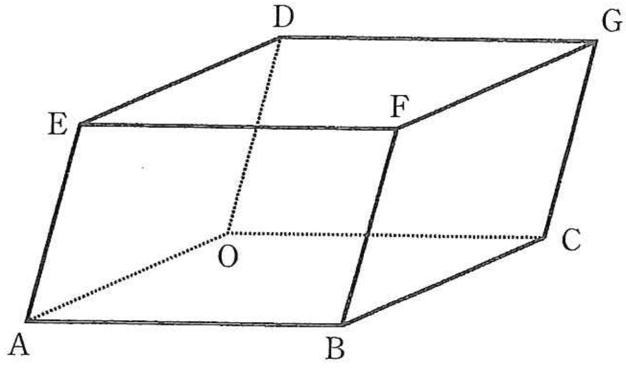
(2) xの方程式$x^2 + ax + b = 0$が(1)の範囲に少なくとも1つの解をもつような点$(a,\ b)$の存在範囲を図示せよ。

2 下図のような平行六面体OABC–DEFGがxyz空間内にあり，O$(0,0,0)$，A$(2,0,0)$，C$(0,3,0)$，D$(-1,0,\sqrt{6})$とする。辺ABの中点をMとし，辺DG上の点NをMN$=4$かつDN$<$GNを満たすように定める。

(1) Nの座標を求めよ。

(2) 3点E，M，Nを通る平面とy軸との交点Pを求めよ。

(3) 3点E，M，Nを通る平面による平行六面体OABC–DEFGの切り口の面積を求めよ。



（前期：理学部・医学部（医学科，保健学科放射線技術科学専攻・検査技術科学専攻）
歯学部・薬学部・工学部・農学部）

3 1，2，3，4，5のそれぞれの数字が書かれた玉が2個ずつ，合計10個ある。

(1) 10個の玉を袋に入れ，よくかき混ぜて2個の玉を取り出す。書かれている2つの数字の積が10となる確率を求めよ。

(2) 10個の玉を袋に入れ，よくかき混ぜて4個の玉を取り出す。書かれている4つの数字の積が100となる確率を求めよ。

(3) 10個の玉を袋に入れ，よくかき混ぜて6個の玉を順に取り出す。1個目から3個目の玉に書かれている3つの数字の積と，4個目から6個目の玉に書かれている3つの数字の積が等しい確率を求めよ。

4 不等式$1 \leqq x^2 + y^2 \leqq 4$が表す$xy$平面内の領域を$D$とする。Pを円$x^2 + y^2 = 1$上の点，QとRを円$x^2 + y^2 = 4$上の異なる2点とし，三角形PQRは領域$D$に含まれているとする。$a$，$b$を実数とし，行列$A = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$の表す1次変換によりPはP′，QはQ′，RはR′に移されるとする。このとき，三角形P′Q′R′が領域Dに含まれるためのa，bの必要十分条件を求めよ。ただし，三角形は内部も含めて考えるものとする。

5 整数 n に対して，

$$I_n = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos((2n+1)x)}{\sin x}\,dx$$

とする。

(1) I_0 を求めよ。

(2) n を正の整数とするとき，$I_n - I_{n-1}$ を求めよ。

(3) I_5 を求めよ。

6 以下の問いに答えよ。

(1) n を自然数，a を正の定数として，

$$f(x) = (n+1)\{\log(a+x) - \log(n+1)\} - n(\log a - \log n) - \log x$$

とおく。$x > 0$ における関数 $f(x)$ の極値を求めよ。ただし，対数は自然対数とする。

(2) n が 2 以上の自然数のとき，次の不等式が成り立つことを示せ。

$$\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{k+1}{k} > (n+1)^{\frac{1}{n}}$$