

東北大学

平成 24 年度前期日程入学試験学力検査問題

平成 24 年 2 月 26 日

数

学

理 系

医学部医学科

医学部保健学科放射線技術科学専攻・

検査技術科学専攻

志望学部／学科／専攻	問題選択の指定	試験時間	指定解答用紙
理 学 部 医 学 部 医 学 科 医学部保健学科放射線技術 科学専攻 医学部保健学科検査技術科学 専攻 歯 学 部 薬 学 部 工 学 部 農 学 部	4～6 ページの ①, ②, ③, ④, ⑤, ⑥ を解答す ること。	10:00～12:30 (150 分)	①, ②, ③の マークの用紙 (各表・裏)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子、解答用紙を開いてはいけない。
2. この問題冊子は、6 ページである。問題冊子の白紙のページや問題の余白は草案のために使用してよい。なお、ページの脱落、印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること。
3. 解答は、必ず黒鉛筆(シャープペンシルも可)で記入し、ボールペン・万年筆などを使用してはいけない。
4. 解答用紙の受験記号番号欄(1 枚につき 2 か所)には、忘れずに受験票と同じ受験記号番号をはっきりと判読できるように記入すること。
5. 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
6. 解答用紙を持ち帰ってはいけない。
7. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。

——このページは白紙——

——このページは白紙——

前期：理学部・医学部(医学科, 保健学科放射線技術科学専攻・
検査技術科学専攻)・歯学部・薬学部・工学部・農学部

1 s, t を実数とする。以下の問いに答えよ。

- (1) $x = s + t + 1, y = s - t - 1$ とおく。 s, t が $s \geq 0, t \geq 0$ の範囲を動くとき、点 (x, y) の動く範囲を座標平面内に図示せよ。
- (2) $x = st + s - t + 1, y = s + t - 1$ とおく。 s, t が実数全体を動くとき、点 (x, y) の動く範囲を座標平面内に図示せよ。

2 m を実数とする。座標平面上で直線 $y = x$ に関する対称移動を表す 1 次変換を f とし、直線 $y = mx$ に関する対称移動を表す 1 次変換を g とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 1 次変換 g を表す行列 A を求めよ。
- (2) 合成変換 $g \circ f$ を表す行列 B を求めよ。
- (3) $B^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ となる m をすべて求めよ。

(前期：理学部・医学部(医学科, 保健学科放射線技術科学専攻・検査技術科学専攻)
歯学部・薬学部・工学部・農学部)

3 袋 A, 袋 B のそれぞれに, 1 から N の自然数がひとつずつ書かれた N 枚のカードが入っている。これらのカードをよくかきまぜて取り出していく。以下の問いに答えよ。

- (1) $N = 4$ とする。袋 A, B のそれぞれから同時に 1 枚ずつカードを取り出し, 数字が同じかどうかを確認する操作を繰り返す。ただし, 取り出したカードは元には戻さないものとする。4 回のカードの取り出し操作が終わった後, 数字が一致していた回数を X とする。 $X = 1, X = 2, X = 3, X = 4$ となる確率をそれぞれ求めよ。また, X の期待値を求めよ。
- (2) $N = 3$ とし, n は自然数とする。袋 A, B のそれぞれから同時に 1 枚ずつカードを取り出し, カードの数字が一致していたら, それらのカードを取り除き, 一致していなかったら, 元の袋に戻すという操作を繰り返す。カードが初めて取り除かれるのが n 回目で起こる確率を p_n とし, n 回目の操作ですべてのカードが取り除かれる確率を q_n とする。 p_n と q_n を求めよ。

4 $0 \leq x \leq \pi$ に対して, 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos |t - x|}{1 + \sin |t - x|} dt$$

と定める。 $f(x)$ の $0 \leq x \leq \pi$ における最大値と最小値を求めよ。

(前期：理学部・医学部(医学科, 保健学科放射線技術科学専攻・検査技術科学専攻)
歯学部・薬学部・工学部・農学部)

5 長さ1の線分ABを直径とする円周C上に点Pをとる。ただし、点Pは点A, Bとは一致していないとする。線分AB上の点Qを $\angle BPQ = \frac{\pi}{3}$ となるようにとり、線分BPの長さを x とし、線分PQの長さを y とする。以下の問いに答えよ。

- (1) y を x を用いて表せ。
- (2) 点Pが2点A, Bを除いた円周C上を動くとき、 y が最大となる x を求めよ。

6 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \sqrt{\frac{3a_n + 4}{2a_n + 3}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。以下の問いに答えよ。

- (1) $n \geq 2$ のとき、 $a_n > 1$ となることを示せ。
- (2) $a^2 = \frac{3a + 4}{2a + 3}$ を満たす正の実数 a を求めよ。
- (3) すべての自然数 n に対して $a_n < a$ となることを示せ。
- (4) $0 < r < 1$ を満たすある実数 r に対して、不等式

$$\frac{a - a_{n+1}}{a - a_n} \leq r \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

が成り立つことを示せ。さらに、極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。