# 平成 20 年度前期日程入学試験学力検査問題

平成 20 年 2 月 26 日

# 数　学

（理系<br>医学部医学科<br>医学部保健学科放射線技術科学専攻・<br>検査技術科学専攻）

| 志望学部／学科／専攻 | 問題選択の指定 | 試験時間 | 指定解答用紙 |
|---|---|---|---|
| 理学部<br>医学部医学科<br>歯学部<br>薬学部<br>工学部 | 4〜6 ページの $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$ を解答すること。 | 10：00〜12：30<br>(150 分) | Ⅰ, Ⅱ, Ⅲのマークの用紙<br>(各表・裏) |
| 医学部 保健学科放射線技術科学専攻・検査技術科学専攻<br>農学部 | 4〜5 ページの $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ を解答すること。 | 10：00〜11：40<br>(100 分) | Ⅰ, Ⅱのマークの用紙<br>(各表・裏) |

**注　意　事　項**

1. **試験開始の合図があるまで，この問題冊子，解答用紙を開いてはいけない。**
2. この問題冊子は，6 ページである。問題冊子の白紙のページや問題の余白は草案のために使用してよい。なお，ページの脱落，印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること。
3. 解答は，必ず**黒鉛筆**(シャープペンシルも可)で記入し，ボールペン・万年筆などを使用してはいけない。
4. **解答用紙の受験記号番号欄(1 枚につき 2 か所)には，忘れずに受験票と同じ受験記号番号をはっきりと判読できるように記入すること。**
5. 指定された問題以外の問題は，解答しないこと。解答しても採点の対象とはならない。
6. 解答は，必ず**解答用紙の指定された箇所**に記入すること。
7. **解答用紙を持ち帰ってはいけない。**
8. 試験終了後，この問題冊子は持ち帰ること。

# 前期：理学部・医学部（医学科，保健学科放射線技術科学専攻・検査技術科学専攻）・歯学部・薬学部・工学部・農学部

**1** 多項式$f(x)$について，次の条件(i)，(ii)，(iii)を考える。

(i) $x^4 f\left(\dfrac{1}{x}\right) = f(x)$

(ii) $f(1-x) = f(x)$

(iii) $f(1) = 1$

このとき，以下の問いに答えよ。

(1) 条件(i)をみたす多項式$f(x)$の次数は4以下であることを示せ。

(2) 条件(i)，(ii)，(iii)をすべてみたす多項式$f(x)$を求めよ。

**2** $n$を2以上の自然数とする。平面上の$\triangle \mathrm{OA_1A_2}$は$\angle \mathrm{OA_2A_1} = 90^\circ$，$\mathrm{OA_1} = 1$，$\mathrm{A_1A_2} = \dfrac{1}{\sqrt{n}}$をみたすとする。$\mathrm{A_2}$から$\mathrm{OA_1}$へ垂線をおろし，交点を$\mathrm{A_3}$とする。$\mathrm{A_3}$から$\mathrm{OA_2}$へ垂線をおろし，交点を$\mathrm{A_4}$とする。以下同様に，$k = 4$，5，…について，$\mathrm{A}_k$から$\mathrm{OA}_{k-1}$へ垂線をおろし，交点を$\mathrm{A}_{k+1}$として，順番に$\mathrm{A_5}$，$\mathrm{A_6}$，…を定める。$\vec{h}_k = \overrightarrow{\mathrm{A}_k\mathrm{A}_{k+1}}$とおくとき，以下の問いに答えよ。

(1) $k = 1$，2，…のとき，ベクトル$\vec{h}_k$と$\vec{h}_{k+1}$の内積$\vec{h}_k \cdot \vec{h}_{k+1}$を$n$と$k$で表せ。

(2) $S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \vec{h}_k \cdot \vec{h}_{k+1}$とおくとき，極限値$\displaystyle\lim_{n\to\infty} S_n$を求めよ。ここで，自然対数の底$e$について，$e = \displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$であることを用いてもよい。

**3** $\theta$ を $0<\theta<\dfrac{2\pi}{3}$ の範囲にある実数とし，空間の4点O，A，B，Cが，$\mathrm{OA}=\mathrm{OB}=\mathrm{OC}=1$ かつ $\angle\mathrm{AOB}=\angle\mathrm{BOC}=\angle\mathrm{COA}=\theta$ をみたすとする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) $\triangle\mathrm{ABC}$ の重心をGとするとき，AGとOGをそれぞれ $\theta$ で表せ。

(2) $\theta$ を動かしたとき，O，A，B，Cを頂点とする四面体の体積の最大値を求めよ。

**4** 点Pが次のルール(i)，(ii)に従って数直線上を移動するものとする。

(i) 1，2，3，4，5，6の目が同じ割合で出るサイコロを振り，出た目の数を $k$ とする。Pの座標 $a$ について，$a>0$ ならば座標 $a-k$ の点へ移動し，$a<0$ ならば座標 $a+k$ の点へ移動する。

(ii) 原点に移動したら終了し，そうでなければ(i)を繰り返す。

このとき，以下の問いに答えよ。

(1) Pの座標が1，2，…，6のいずれかであるとき，ちょうど3回サイコロを振って原点で終了する確率を求めよ。

(2) Pの座標が1，2，…，6のいずれかであるとき，ちょうど $m$ 回サイコロを振って原点で終了する確率を求めよ。

(3) Pの座標が8であるとき，ちょうど $n$ 回サイコロを振って原点で終了する確率を求めよ。

次の $\boxed{5}$ ，$\boxed{6}$ は理学部・医学部医学科・歯学部・薬学部・工学部の受験者のみ解答すること。

$\boxed{5}$ $a$ を実数として，2次の正方行列 $A$，$B$ を次のように定める。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a+1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},\quad B = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 2 & -a \end{pmatrix}$$

このとき，$((\cos t)A + (\sin t)B)^2 = O$ をみたす実数 $t$ が存在するような $a$ の範囲を求めよ。ただし，$O$ は零行列とする。

$\boxed{6}$ $k > 1$ として，$f(x) = x^2 + 2kx$ とおく。曲線 $y = f(x)$ と円 $C : x^2 + y^2 = 1$ の2つの交点の内で，第1象限にあるものをPとし，第3象限にあるものをQとする。点 O(0, 0)，A(1, 0)，B(−1, 0) に対して，$\alpha = \angle\mathrm{AOP}$，$\beta = \angle\mathrm{BOQ}$ とおくとき，以下の問いに答えよ。

(1) $k$ を $\alpha$ で表せ。

(2) 曲線 $y = f(x)$ と円 $C$ で囲まれる2つの図形の内で，$y = f(x)$ の上側にあるものの面積 $S(k)$ を $\alpha$ と $\beta$ で表せ。

(3) $\displaystyle\lim_{k \to \infty} S(k)$ を求めよ。