$\boxed{1}$ 実数 a に対して，集合 A，B を

$$A=\{x \mid x^2+(1-a^2)x+a^3-2a^2+a \leqq 0,\ x \text{ は実数}\}$$

$$B=\{x \mid x^2+(2a-7)x+a^2-7a+10<0,\ x \text{ は実数}\}$$

と定める。共通部分 $A \cap B$ が空集合でないための a の範囲を求めよ。

2 三角形 ABC において，

$$AB = 1,\ AC = 2,\ \angle A = 60^\circ$$

とする。正の数 m，n に対し，辺 BC，CA，AB を $m:n$ の比に内分する点を順に D，E，F とする。

(1) $\overrightarrow{DE}$ と $\overrightarrow{EF}$ が垂直であるときの比 $m:n$ を求めよ。

(2) どのような正の整数 m，n に対しても，$\overrightarrow{AD}$ と $\overrightarrow{EF}$ は垂直でないことを示せ。

3 ある人がバス停AでA発B行きのバスに乗り，バス停BでB発C行きのバスに乗りかえてバス停Cへ向かうものとする。バスの発車時刻，バス停での待ち時間，バスの乗車時間は次の5つの条件を満たすものとする。

1. A発B行きおよびB発C行きのバスは同時刻に3分おきで発車している。
2. バス停Aでの待ち時間は0分または1分または2分で，それぞれの起こる確率は $\dfrac{1}{3}$ である。
3. バス停Bに到着後，最初に発車するC行きのバスに乗りかえる。
4. A発B行きのバスの乗車時間は8分または10分で，それぞれの起こる確率は $\dfrac{1}{2}$ である。
5. B発C行きのバスの乗車時間は6分または7分で，それぞれの起こる確率は $\dfrac{1}{2}$ である。

ただし，条件2，4，5において，待ち時間，乗車時間の起こり方は独立であるとする。

この人がバス停Aに到着後バス停Cへ到着するまでにかかる時間が n 分である確率 $P(n)$ を求めよ。

4　2つの関数を

$$t = \cos\theta + \sqrt{3}\sin\theta,$$

$$y = -4\cos 3\theta + \cos 2\theta - \sqrt{3}\sin 2\theta + 2\cos\theta + 2\sqrt{3}\sin\theta$$

とする。

(1)　$\cos 3\theta$ を t の関数で表せ。

(2)　y を t の関数で表せ。

(3)　$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，y の最大値，最小値とそのときの θ の値を求めよ。