令和７(2025)年度入学者選抜個別(第２次)学力検査問題

数　　学

(医　学　科)

注　意　事　項

1. 監督者の指示があるまで，この冊子を開いてはいけません。
2. 問題冊子は，全部で７ページあります。
3. 解答用紙は，問題冊子と別に印刷されているので，誤らないように注意しなさい。
4. 解答用紙には，必ず解答の過程と結果を記入しなさい。
5. 解答は，必ず解答用紙の点線より左に記入しなさい。
6. 下書は，問題冊子の余白を使用しなさい。ただし，切り離してはいけません。
7. 各解答用紙には，受験番号欄が２か所ずつあります。それぞれ記入を忘れないこと。
8. 解答用紙は，記入の有無にかかわらず，机上に置き，持ち帰ってはいけません。この冊子は持ち帰りなさい。
9. 落丁または印刷の不鮮明な箇所があれば申し出なさい。

下　書　用　紙　（切り取ってはいけない）

1 20 個の合同な正三角形の面を持ち，各頂点に 5 つの面が集まるへこみのない多面体を，正二十面体という。各面に 20 種類の異なる目が 1 つずつ与えられており，すべての目が等しい確率で出る正二十面体のサイコロを I とする。I の 2 つの面 A，B に対し，I の表面上を，A の内部の点から B の内部の点へ，I の頂点を通らずに移動するとき，横切る I の辺の本数の最小値を $d(A,\ B)$ とする。たとえば，A と B が 1 辺を共有しているとき，$d(A,\ B) = 1$ となる。また，I の任意の面 A に対し，$d(A,\ A) = 0$ とする。さらに，I を n 回投げたとき，i 回目に出た目に対応する面を F_i とし，$n \geqq 2$ のとき，$d(F_i,\ F_j)\ (1 \leqq i < j \leqq n)$ の最大値を M，最小値を m とする。このとき，以下の各問いに答えよ。

(1) xyz 空間において，I の 1 つの面と xy 平面が平行となるように I を配置したとき，I の頂点または辺上の点を通り z 軸に平行な直線と xy 平面の交点全体の集合がなす図形を I' とする。I' の概形を描け。ただし，I' における線分どうしの長さの比やなす角の角度は正確でなくてもよい。

(2) $n = 2$ のとき，0 以上の整数 k に対し，$d(F_1,\ F_2) = k$ となる確率を P_k とする。$P_k > 0$ となるすべての k に対して，それぞれ P_k を求めよ。

(3) $n = 3$ のとき，$M \geqq 3$ となる確率を求めよ。

(4) $n \geqq 3$ のとき，$m \geqq 3$ となる確率を求めよ。

(5) $n \geqq 10$ のとき，$1 \leqq m \leqq M \leqq 4$ となる確率を求めよ。

2 xy 平面上に 3 点 O$(0, 0)$，A$(2, 4)$，B$(3, 7)$をとる。さらに，

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = m\overrightarrow{\mathrm{OA}} + n\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

となる整数 m，n が存在するような xy 平面上の点 P 全体の集合を L とする。このとき，以下の各問いに答えよ。

(1) $\mathrm{P}_1(1, 1)$，$\mathrm{P}_2(2, 1)$，$\mathrm{P}_3(3, 1)$は L に属するか。それぞれ判定せよ。

(2) L に属する点のうち，x 軸上にあるものをすべて求めよ。

(3) 2 点 A$'$，B$'$ を L の要素とする。L の任意の要素 P に対して，

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = m'\overrightarrow{\mathrm{OA'}} + n'\overrightarrow{\mathrm{OB'}}$$

となる整数 m'，n' が存在するとき，$|\overrightarrow{\mathrm{OA'}}| + |\overrightarrow{\mathrm{OB'}}|$ の最小値を求めよ。

(4) 任意の L の要素 P に対して，内積 $\overrightarrow{\mathrm{OP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ が整数となるような xy 平面上の点 Q 全体の集合を M とする。M の要素のうち，x 座標および y 座標の絶対値がともに 1 以下であるものをすべて求めよ。

3 aを1より大きい実数とし，xy平面上の曲線$C_1 : y = a^x$および曲線$C_2 : y = \log_a x$について考える。原点をOとし，C_1上に点P，C_2上に点Qをとる。このとき，以下の各問いに答えよ。

(1) Oを通る傾きkの直線がC_1に接するとき，aの値をkを用いて表せ。また，接点の座標をaを用いて表せ。

(2) Oを通る直線がC_2に接するとき，接点の座標をaを用いて表せ。

(3) △OPQが正三角形となるようなP，Qの組の個数を，aの値で場合分けして求めよ。

下　書　用　紙（切り取ってはいけない）

下　書　用　紙　（切り取ってはいけない）

下　書　用　紙　（切り取ってはいけない）