平成22年度入学者選抜個別（第2次）学力検査問題

数　　学

（医　学　科）

注　意　事　項

1. 監督者の指示があるまで，この冊子を開いてはいけません。
2. 問題冊子は，全部で8ページあります。
3. 解答用紙は，問題冊子と別に印刷されているので，誤らないように注意しなさい。
4. 解答用紙には，必ず解答の過程と結果を記入しなさい。
5. 解答は，必ず解答用紙の点線より左に記入しなさい。
6. 下書は，各問題の余白を利用し，なお不足する場合は，問題冊子の第1ページの表裏と第4ページの裏から第8ページの裏まで使用しなさい。ただし，切り離してはいけません。
7. 各解答用紙には，受験番号欄が2カ所ずつあります。それぞれ記入を忘れないこと。
8. 解答用紙は，記入の有無にかかわらず，机上に置き，持ち帰ってはいけません。この冊子は持ち帰りなさい。
9. 落丁または印刷の不鮮明な箇所があれば申し出なさい。

1 a, b, cを相異なる正の実数とするとき，以下の各問いに答えよ。

(1) 次の2数の大小を比較せよ。

$$a^3+b^3,\ \ a^2b+b^2a$$

(2) 次の4数の大小を比較し，小さい方から順に並べよ。

$$(a+b+c)(a^2+b^2+c^2),\ \ (a+b+c)(ab+bc+ca),$$
$$3(a^3+b^3+c^3),\ \ 9abc$$

(3) x, y, zを正の実数とするとき

$$\frac{y+z}{x}+\frac{z+x}{y}+\frac{x+y}{z}$$

のとりうる値の範囲を求めよ。

2 座標空間において，8点O(0，0，0)，A(1，0，0)，B(0，1，0)，C(0，0，1)，D(0，1，1)，E(1，0，1)，F(1，1，0)，G(1，1，1)をとり，この8点を頂点とする立方体をQとする。また点P$(x,\ y,\ z)$と正の実数tに対し，6点$(x+t,\ y,\ z)$，$(x-t,\ y,\ z)$，$(x,\ y+t,\ z)$，$(x,\ y-t,\ z)$，$(x,\ y,\ z+t)$，$(x,\ y,\ z-t)$を頂点する正八面体を$\alpha_t(\mathrm{P})$，その外部の領域を$\beta_t(\mathrm{P})$で表す。ただし，立方体および正八面体は内部の領域も含むものとする。このとき以下の各問いに答えよ。

(1) $0<t\leqq 1$のとき，$Q\cap\beta_t(\mathrm{O})\cap\beta_t(\mathrm{D})\cap\beta_t(\mathrm{E})\cap\beta_t(\mathrm{F})$の体積，すなわち5個の領域$Q$，$\beta_t(\mathrm{O})$，$\beta_t(\mathrm{D})$，$\beta_t(\mathrm{E})$，$\beta_t(\mathrm{F})$の共通部分の体積を$t$で表せ。

(2) $Q\cap\alpha_1(\mathrm{O})\cap\beta_1(\mathrm{A})\cap\beta_1(\mathrm{B})\cap\beta_1(\mathrm{C})$の体積を求めよ。

(3) $0<t\leqq 1$のとき，

$$Q\cap\beta_t(\mathrm{O})\cap\beta_t(\mathrm{A})\cap\beta_t(\mathrm{B})\cap\beta_t(\mathrm{C})\cap\beta_t(\mathrm{D})\cap\beta_t(\mathrm{E})\cap\beta_t(\mathrm{F})\cap\beta_t(\mathrm{G})$$

の体積をtで表せ。

$\boxed{3}$ xy 平面において，次の円 C と楕円 E を考える。

$$C : x^2 + y^2 = 1$$

$$E : x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$$

また，C 上の点 $\mathrm{P}(s,\ t)$ における C の接線を l とする。

このとき以下の各問いに答えよ。

(1) l の方程式を s，t を用いて表せ。

以下，$t > 0$ とし，E が l から切り取る線分の長さを L とする。

(2) L を t を用いて表せ。

(3) P が動くとき，L の最大値を求めよ。

(4) L が(3)で求めた最大値をとるとき，l と E が囲む領域のうち，原点を含まない領域の面積を A とする。A の値を求めよ。