

## 平成19年度入学者選抜個別(第2次)学力検査問題

# 数 学

### 注 意 事 項

1. 監督者の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙は、問題冊子と別に印刷されているから、誤らないように注意しなさい。
3. 解答用紙には、必ず解答の過程と結果を記入しなさい。
4. 解答は、必ず解答用紙の点線より左に記入しなさい。
5. 各解答用紙には、受験番号欄が2カ所ずつあります。それぞれ記入を忘れないこと。
6. 問題冊子は、全部で8ページあります。
7. 下書は、各問題の余白を利用し、なお不足する場合は、問題冊子の第1ページの表裏と第4ページの裏から第8ページの裏まで使用しなさい。ただし、切り離してはいけません。
8. 解答用紙は、記入の有無にかかわらず、机上に置き、持ち帰ってはいけません。この冊子は持ち帰りなさい。
9. 落丁または印刷の不鮮明な箇所があれば申し出なさい。

下 書 用 紙 (切り取ってはいけない)

1 以下の各問いに答えよ。

(1) 底面の半径が  $r$ 、高さが  $h$  の直円錐の側面積を  $r$  と  $h$  を用いて表せ。

(2) 座標平面上の4点  $A(\frac{\sqrt{3}}{3}, 1)$ ,  $B(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2})$ ,  $E(0, \frac{3}{2})$ ,  $F(0, 1)$  を考える。四角形  $ABEF$  を  $y$  軸のまわりに1回転してできる回転体の表面積を求めよ。

(3) 座標平面上の曲線

$$C: x^2 + y^2 = 3 \quad (0 < x < \sqrt{2}, 1 < y < \sqrt{3})$$

の上の点  $Q$  を考える。点  $Q$  と同じ  $y$  座標を持つ  $y$  軸上の点を  $H$  とし、原点  $O$  と点  $Q$  を結ぶ線分  $OQ$  が直線  $y = 1$  と交わる点を  $P$  とする。さらに点  $F(0, 1)$  をとる。四角形  $PQHF$  を  $y$  軸のまわりに1回転してできる回転体の面のうち、線分  $PQ$  が1回転してできる面の表面積を  $S$  とする。点  $Q$  が曲線  $C$  上を動くとき  $S$  の最大値を求めよ。

2

座標平面上の動点  $Q$  が以下の規則(a)~(f)に従って1秒ごとに移動する。

- (a) 原点  $(0, 0)$  を出発点とし、まず点  $(1, 0)$  または点  $(0, 1)$  または点  $(0, -1)$  に、それぞれ確率  $\frac{1}{3}$  で移動する。
- (b) ある時刻に点  $(x-1, y)$  から点  $(x, y)$  に移動したならば、その1秒後には点  $(x+1, y)$  または点  $(x, y+1)$  または点  $(x, y-1)$  に、それぞれ確率  $\frac{1}{3}$  で移動する。
- (c) ある時刻に点  $(x, 0)$  から点  $(x, 1)$  に移動したならば、その1秒後には点  $(x, 2)$  または点  $(x+1, 1)$  に、それぞれ確率  $\frac{1}{2}$  で移動する。
- (d) ある時刻に点  $(x, 0)$  から点  $(x, -1)$  に移動したならば、その1秒後には点  $(x, -2)$  または点  $(x+1, -1)$  に、それぞれ確率  $\frac{1}{2}$  で移動する。
- (e) ある時刻に点  $(x, 1)$  または点  $(x, -1)$  から点  $(x, 0)$  に移動したならば、その1秒後には点  $(x+1, 0)$  に移動する。
- (f) 直線  $y = 2$  上の点または直線  $y = -2$  上の点に達した場合には停止する。  
このとき以下の各問いに答えよ。

- (1)  $n$  を正の整数とすると、 $Q$  がある時刻に点  $(n-1, 0)$  に位置し、かつその1秒後に点  $(n, 0)$  に移動している確率を  $p_n$  とする。また  $Q$  がある時刻に点  $(n-1, 1)$  に位置し、かつその1秒後に点  $(n, 1)$  に移動している確率を  $p'_n$  とする。 $p_1, p_2, p'_1, p'_2$  を、それぞれ求めよ。
- (2)  $Q$  が直線  $x = 2$  上の点に達する確率、および直線  $x = 3$  上の点に達する確率をそれぞれ求めよ。
- (3)  $m$  を正の整数とすると、 $Q$  が点  $(m, 0)$  に達する確率を  $m$  で表せ。

3  $ad - bc = 1$ ,  $a > 0$  を満たす整数  $a, b, c, d$  を考える。行列

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 10 \\ 10 & 17 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, N = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$$

が  $NA = BM^{-1}$  を満たすとき、以下の各問いに答えよ。ただし、 $M^{-1}$  は  $M$  の逆行列を表す。

(1)  $6a^2 + 20ac + 17c^2$  の値を求めよ。

(2)  $2a^2 + b^2$  の値を求めよ。

(3)  $a, b, c, d$  の値を求めよ。

(4)  $6x^2 + 20xy + 17y^2 = 59$  を満たす実数  $x, y$  に対して

$$\begin{cases} X = dx - by \\ Y = -cx + ay \end{cases}$$

とおくとき、 $X^2 + 2Y^2$  の値を求めよ。

(5)  $6x^2 + 20xy + 17y^2 = 59$  を満たす整数の組  $(x, y)$  をすべて求めよ。

下 書 用 紙 (切り取ってはいけない)

下 書 用 紙 (切り取ってはいけない)

下 書 用 紙 (切り取ってはいけない)

下 書 用 紙 (切り取ってはいけない)