

平成 18 年度入学者選抜個別(第 2 次)学力検査問題

数 学

注 意 事 項

1. 解答用紙は、問題冊子と別に印刷されているから、誤らないように注意すること。
2. 解答用紙には必ず解答の過程と結果を記入すること。
3. 解答は必ず解答用紙の点線より左に記入すること。
4. 各解答用紙には受験番号欄が 2 カ所ずつある。それぞれ記入を忘れないこと。
5. 問題冊子は全部で 8 ページある。
6. 下書は、各問題の余白を利用し、なお不足する場合は、問題冊子の第 1 ページの表裏と第 4 ページの裏から第 8 ページの裏まで使用すること。ただし、切り離してはいけない。
7. 解答用紙は、記入の有無にかかわらず、机の上に置き、持ち帰らないこと。この冊子は持ち帰ってもよい。
8. 落丁または印刷の不鮮明な箇所があれば申し出ること。

下 書 用 紙 (切り取ってはいけない)

1 以下の各問いに答えよ。

(1) 次の3条件 (a), (b), (c) を満たす整数の組 $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ の個数を求めよ。

(a) $a_1 \geq 1$

(b) $a_5 \leq 4$

(c) $a_i \leq a_{i+1}$ ($i = 1, 2, 3, 4$)

(2) 次の3条件 (a), (b), (c) を満たす整数の組 $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ の個数を求めよ。

(a) $a_1 \geq 1$

(b) $a_i \geq 0$ ($i = 2, 3, 4, 5$)

(c) $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 \leq 4$

(3) n 桁の自然数で各桁の数字の合計が r 以下となるものの個数を n, r を用いて表せ。ただし $n \geq 1, r \leq 9$ とする。

2 四面体 $OABC$ において、ベクトル \vec{OA} , \vec{OB} , \vec{OC} は互いに垂直であるとする。点 O から三角形 ABC を含む平面に垂線 l を引き、その平面と l との交点を H とする。このとき

(1) $\vec{AB} \cdot \vec{CH} = \vec{BC} \cdot \vec{AH} = 0$ を示せ。

さらに $AC = 2$, $BC = 3$ とする。また 2 点 A , H を通る直線と辺 BC との交点を D とするとき、点 H は線分 AD を $2 : 1$ の比に内分しているとする。このとき以下の各問いに答えよ。

(2) $\vec{CH} = \alpha \vec{CA} + \beta \vec{CB}$ となる定数 α , β を求めよ。

(3) 辺 AB の長さを求めよ。

(4) 四面体 $OABC$ の体積を求めよ。

3

以下の各問いに答えよ。

- (1) 関数 $g(x) = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$ の導関数 $g'(x)$ を求めよ。
- (2) 次の 2 条件 (a), (b) を満たす微分可能な関数 $\varphi(x)$ およびその逆関数 $h(x)$ を求めよ。
- (a) $\varphi(0) = 0$
- (b) $\varphi'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$
- (3) 次の 4 条件(a), (b), (c), (d)を満たす微分可能な関数 $f(x)$ を求めよ。
- (a) $f(0) = 1$
- (b) $f'(0) = 0$
- (c) すべての実数 a に対して $f(a) = f(-a)$ が成立する。
- (d) 正の実数 t に対して座標平面上の曲線 $y = f(x)$ ($0 \leq x \leq t$) の長さを $l(t)$ と表すとき、すべての正の実数 t に対して $l(t) = f'(t)$ が成立する。

下 書 用 紙 (切り取ってはいけない)

下 書 用 紙 (切り取ってはいけない)

下書用紙 (切り取ってはいけない)

下 書 用 紙 (切り取ってはいけない)