

## 平成 17 年度入学者選抜個別(第 2 次)学力検査問題

# 数 学

### 注 意 事 項

1. 解答用紙は、問題冊子と別に印刷されているから、誤らないように注意すること。
2. 解答用紙には必ず解答の過程と結果を記入すること。
3. 解答は必ず解答用紙の点線より左に記入すること。
4. 各解答用紙には受験番号欄が 2 カ所ずつある。それぞれ記入を忘れないこと。
5. 問題冊子は全部で 8 ページある。
6. 下書は、各問題の余白を利用し、なお不足する場合は、問題冊子の第 1 ページの表裏と第 4 ページの裏から第 8 ページの裏まで使用すること。ただし、切り離してはいけない。
7. 解答用紙は、記入の有無にかかわらず、机上に置き、持ち帰らないこと。この冊子は持ち帰ってもよい。
8. 落丁または印刷の不鮮明な箇所があれば申し出ること。

下 書 用 紙 (切り取ってはいけない)

**1**

以下の各問いに答えよ。

(1) 次のように定義される数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。

$$a_1 = \frac{1}{2}, \quad a_2 = \frac{7}{4}$$

$$a_n = \frac{5}{2}a_{n-1} - a_{n-2} \quad (n = 3, 4, 5, \dots)$$

(2) 次のように定義される数列  $\{b_n\}$  の一般項を求めよ。

$$b_1 = 2, \quad b_2 = \frac{5}{2}, \quad b_3 = \frac{17}{4}$$

$$b_n = \frac{7}{2}b_{n-1} - \frac{7}{2}b_{n-2} + b_{n-3} \quad (n = 4, 5, 6, \dots)$$

2 座標平面上で次のように媒介変数表示される曲線  $C$  を考える。

$$\begin{cases} x = \sin 2\theta \\ y = \sin 3\theta \end{cases} \quad (0 \leq \theta \leq 2\pi)$$

このとき以下の各問いに答えよ。

- (1) 曲線  $C$  上で  $x > 0$  かつ  $y > 0$  となる  $\theta$  の範囲を求めよ。
- (2) 区間  $0 \leq \theta \leq \pi$  において  $|x| = 1$  または  $|y| = 1$  となる  $\theta$  の値をすべて求めよ。
- (3) 次の 3 条件を満たす  $\theta_1, \theta_2$  の値を求めよ。  
 $0 \leq \theta_1 < \theta_2 \leq 2\pi, \sin 2\theta_1 = \sin 2\theta_2 > 0, \sin 3\theta_1 = \sin 3\theta_2 > 0$
- (4) 曲線  $C$  が自分自身と交わる点の個数を求めよ。

**3**次の条件(i), (ii), (iii)を満たす関数 $f(x)$  ( $x > 0$ )を考える。

(i)  $f(1) = 0$

(ii) 導関数 $f'(x)$ が存在し、 $f'(x) > 0$  ( $x > 0$ )。

(iii) 第2次導関数 $f''(x)$ が存在し、 $f''(x) < 0$  ( $x > 0$ )。

このとき以下の各問いに答えよ。

(1)  $a \geq \frac{3}{2}$  のとき次の3数の大小を比較せよ。

$$f(a), \frac{1}{2} \left\{ f\left(a - \frac{1}{2}\right) + f\left(a + \frac{1}{2}\right) \right\}, \int_{a-\frac{1}{2}}^{a+\frac{1}{2}} f(x) dx$$

(2) 整数 $n$  ( $n \geq 2$ ) に対して次の不等式が成立することを示せ。

$$\int_{\frac{3}{2}}^n f(x) dx < \sum_{k=1}^{n-1} f(k) + \frac{1}{2} f(n) < \int_1^n f(x) dx$$

(3) 次の極限值を求めよ。ただし $\log$ は自然対数を表す。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + \log n! - \log n^n}{\log n}$$

下 書 用 紙 (切り取ってはいけない)

下 書 用 紙 (切り取ってはいけない)

下 書 用 紙 (切り取ってはいけない)

下 書 用 紙 (切り取ってはいけない)