

1 座標空間内に定点 A, B がある。不等式

$$\vec{AB} \cdot \vec{AP} \geq \frac{\sqrt{3}}{2} |\vec{AB}| |\vec{AP}|$$

を満たすような xy 平面上の点 P の全体からなる図形を D とする。このとき以下の各問いに答えよ。

- (1) $A(0, 0, 1)$, $B(0, 0, 0)$ のとき, 図形 D を xy 平面上に図示せよ。
- (2) $A(0, 0, \sqrt{3})$, $B(1, 0, 0)$ のとき, 図形 D を xy 平面上に図示し, その面積を求めよ。
- (3) $A(0, 0, 2\sqrt{3})$, $B(\sqrt{2}, \sqrt{2}, 0)$ のとき, 図形 D の面積を求めよ。

2 以下の各問いに答えよ。

(1) xy 平面上の曲線

$$y = (x - \alpha)^2(x - \beta) \quad (\alpha, \beta \text{ は定数})$$

の変曲点の座標を α, β を用いて表せ。

(2) xy 平面上の曲線

$$C : y = x^3 - 3x^2 + ax + b \quad (a, b \text{ は定数})$$

を考える。曲線 C 上の点 P における C の接線が P と異なる点 Q において C と交わり、 Q における C の接線が Q と異なる点 R において C と交わっているとする。 P, R の x 座標をそれぞれ p, r とするとき、 p を用いて r を表せ。

3 正の整数 n に対し, 関数 $f_n(x)$ を次式で定義する。

$$f_n(x) = \int_1^x (x-t)^n e^t dt \quad (e \text{ は自然対数の底})$$

このとき以下の各問いに答えよ。

- (1) $f_1(x)$, $f_2(x)$ を求めよ。
- (2) $n \geq 2$ のとき, $f_n(x) - n f_{n-1}(x)$ を求めよ。
- (3) $f_n(x) - f'_n(x)$ を求めよ。ここで $f'_n(x)$ は $f_n(x)$ の導関数を表す。
- (4) $n \geq 2$ のとき, $f_n(x)$ を続けて $(n-1)$ 回微分して得られる関数を求めよ。