

平成 27 年度入学者選抜個別(第 2 次)学力検査問題

理 科

注 意 事 項

1. 監督者の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. この冊子は、全部で 29 ページあり、第 1～3 ページは下書用紙です。下書用紙は切り離してはいけません。
3. 解答用紙は、問題冊子と別に印刷されているので、誤らないように注意しなさい。
4. 解答は、必ず解答用紙の指定された欄内に記入しなさい。点線より右側には何も記入しないこと。
5. 入学志願票に選択を記載した 2 科目について解答しなさい。選択していない科目について解答しても無効です。
6. 各解答用紙には、受験番号欄が 2 か所ずつあります。それぞれ記入を忘れないこと。
7. 解答用紙は、記入の有無にかかわらず、机上に置き、持ち帰ってはいけません。この冊子は持ち帰りなさい。
8. 落丁または印刷の不鮮明な箇所があれば申し出なさい。

物 理

(注) 医学科の受験生は問 1 から問 10 までのすべての問について、歯学科および保健衛生学科(検査技術学専攻)の受験生は問 8 を除く 9 問について解答せよ。

1 地球を半径 R の一様な球体と考え、その質量を M とする。地表での重力加速度の大きさを g 、万有引力定数を G として、以下の各問に答えよ。ただし、地球の自転や公転、地球以外の天体、空気の抵抗などの影響は考えなくてよい。

問 1 地表 S から h の高さの A 点での重力加速度の大きさ g' を R 、 h 、 g を用いて表せ。

問 2 A 点における質量 m_1 の小物体 1 がもつ万有引力による位置エネルギーを求めよ。ただし、図 1 のように、地球の中心 O を原点として r 軸を取り、位置エネルギー $U(r)$ の基準点 ($U = 0$ となる点) を無限遠 ($r = \infty$) にとるものとする。

問 3 A 点と地表 S で小物体 1 がもつ万有引力による位置エネルギーの差 $U(R+h) - U(R)$ を R 、 h 、 m_1 、 g を用いて表せ。また、 h が R に比べて十分小さいとき、この差は、どのような値に近づくか。

問 4 地表 S から小物体 1 を鉛直上向き (r 軸の向き) に打ち上げる。地表 S からどのような速さ v_0 で打ち上げると A 点で小物体 1 の速さが 0 となるか。

問 5 小物体 1 が無限遠に達するためには、地表 S からどのような速さで打ち上げなければならないか。速さの最小値 v_1 を求めよ。

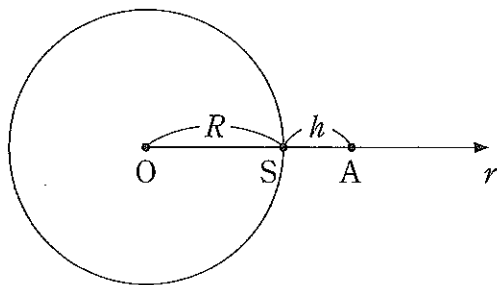


図 1

問 6 問 4 のように地表 S から速さ v_0 で打ち上げた小物体 1 が、 A 点で速さが 0 になった直後、小物体 2 と小物体 3 に外力を受けずに分裂した(図 2)。小物体 2 (質量 m_2 , ただし, $m_2 < m_1$) は速さ v_2 で地球を等速円運動でまわる人工衛星となった。このときの小物体 2 の運動エネルギー K と力学的エネルギー E を G, M, m_2, R, h を用いて表せ。ただし、小物体 2 と小物体 3 の間に働く万有引力は無視できるものとする。

問 7 分裂直後の小物体 3 (質量 $m_1 - m_2$) の速さ v_3 を G, M, m_1, m_2, R, h を用いて表せ。小物体 3 が無限遠に飛び去るための m_2 の最小値を m_1 を用いて表せ。

問 8 問 6 のように等速円運動をしている小物体 2 に A 点でさらにエネルギーを与えて瞬間的に加速したところ、図 3 に示すように O 点を 1 つの焦点とし、 AB を長軸とする楕円を描く軌道上を運動するようになり、その周期は、円運動のときの周期の 8 倍になった。 OB の距離および小物体 2 に加えたエネルギー ΔE を求めよ。

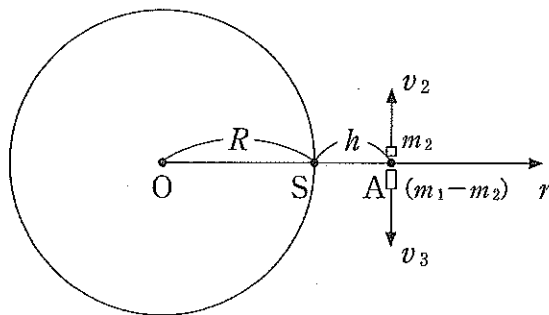


図 2

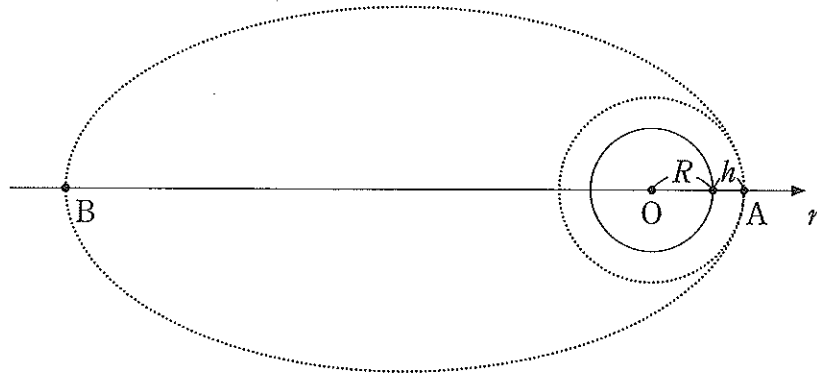


図 3

つぎに、地球の自転による影響が無視できない場合について考える。ただし、自転の角速度の大きさを ω とし、地軸の傾きなどの影響は考えなくてよい。

問 9 地球の自転の影響を考えると、地表にある質量 m の物体にはたらく重力の向きと大きさにどのような変化が起こるか。図4のように中緯度帯にある P 点(緯度を θ とする)と赤道にある Q 点について、重力の向きと大きさを解答欄に作図し、 \Rightarrow のような矢印で示せ。作図に際し、万有引力(図中の点線の矢印)以外の力が必要な場合はその大きさを求め、 \longrightarrow のような矢印で示せ。ただし、これらの力の大きさの比は、正確である必要はなく、P 点と Q 点での違いが分かるように描けばよい。

問10 同じ量の燃料を積んだロケットでより重い人工衛星を打ち上げるためには、打ち上げ場所として P 点と Q 点のどちらがよいか。また、打ち上げる方向は、東向き、西向き、南向き、北向きのなかで、どれがよいか。理由を付けて答えよ。

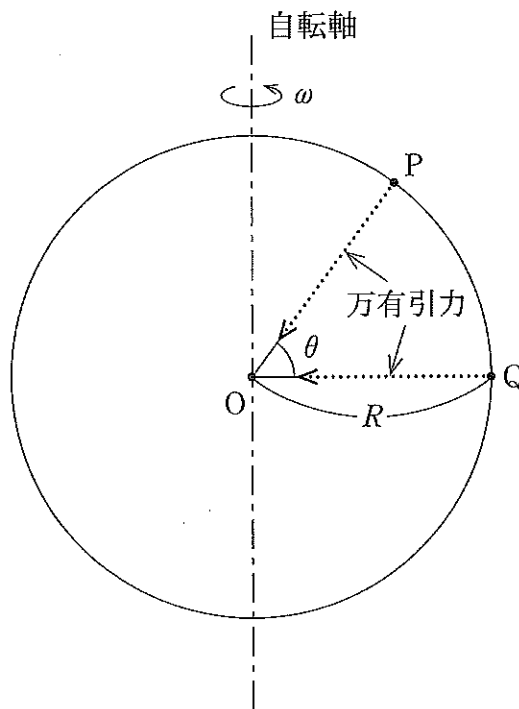


図4

(注) 医学科の受験生は問1から問11までの全ての問について、歯学科および保健衛生学科(検査技術学専攻)の受験生は問1から問8までの8問について解答せよ。

2 振動数 f_1 の音を発生させるスピーカーAが、 x 軸上を正の方向に速さ u で等速直線運動しており、時刻 t におけるAの位置は $(ut, 0)$ で与えられるものとする。Aから発生する音を、 y 軸上の点B $(0, d)$ において観測する。音の伝播速度を V として下記の問題に答えよ。ただし、音の伝播速度はスピーカーの速度よりも十分に大きいものとし、スピーカーの振動数 f_1 は時間的に不変であるとする。

問1 時刻 t にスピーカーが発した音が点Bに到達する時刻を t' とする。 t' を求めよ。

問2 x 軸の正の向きとベクトル \overrightarrow{AB} とのなす角を θ とする。時刻 t における $\cos \theta$ の値を求めよ。

問3 時刻 $t + \Delta t$ にスピーカーが発した音が点Bに到達する時刻を $t' + \Delta t'$ とする。ただし、 Δt および $\Delta t'$ は微小な時間である。点Bにいる観測者が時刻 t' に感じる音の振動数を f_2 とする。 $f_1, f_2, \Delta t, \Delta t'$ の間に成り立つ関係式を記せ。

問4 $\Delta t' / \Delta t$ を時刻 t の関数として求めよ。必要であれば、時刻 $t + \Delta t$ におけるAB間距離を、時刻 t におけるAB間距離から $u\Delta t \cos \theta$ を減じたもので近似して良い。

問5 f_2 / f_1 を時刻 t の関数として求めよ。その概形を答案用紙中のグラフに実線で示せ。 $t \rightarrow \pm \infty$ での極限值も求めよ。

問6 $d \rightarrow 0$ とすると問5のグラフはどのようになるか。問5のグラフに重ねて点線で示せ。

同じスピーカー A が、原点を中心とする半径 R の円周上を反時計回りに速さ u で等速円運動しており、時刻 $t = 0$ に点 $(R, 0)$ を通過するものとする。A から発生する音を、 y 軸上の点 $B(0, d)$ において観測する。ただし、 $R < d$ とする。

問 7 円運動の周期 T を求めよ。また、時刻 t における A の速度 \vec{v} を二次元ベクトルの形で求めよ。

問 8 時刻 t にスピーカーが発した音が点 B に到達する時刻を t' とする。 t' を求めよ。

問 9 時刻 $t + \Delta t$ にスピーカーが発した音が点 B に到達する時刻を $t' + \Delta t'$ とする。 $\Delta t' / \Delta t$ を時刻 t の関数として求めよ。必要であれば、時刻 $t + \Delta t$ における AB 間距離を、時刻 t における AB 間距離から、ベクトル $\vec{v}\Delta t$ の \vec{AB} 方向の成分を減じたもので近似して良い。

問 10 点 B にいる観測者が感じる音の振動数を f_3 とする。 f_3/f_1 を時刻 t の関数として求めよ。

問 11 $d = \sqrt{2}R$ のときの f_3/f_1 の概形を、 $0 < t < T$ の領域について答案用紙中のグラフに実線で示せ。