見本

東京医科歯科大学 医学部

平成30年度入学者選抜個別(第2次)学力検査問題

数　　学

(医　学　科)

注 意 事 項

1. 監督者の指示があるまで，この冊子を開いてはいけません。
2. 問題冊子は，全部で7ページあります。
3. 解答用紙は，問題冊子と別に印刷されているので，誤らないように注意しなさい。
4. 解答用紙には，必ず解答の過程と結果を記入しなさい。
5. 解答は，必ず解答用紙の点線より左に記入しなさい。
6. 下書は，問題冊子の余白を使用しなさい。ただし，切り離してはいけません。
7. 各解答用紙には，受験番号欄が2か所ずつあります。それぞれ記入を忘れないこと。
8. 解答用紙は，記入の有無にかかわらず，机上に置き，持ち帰ってはいけません。この冊子は持ち帰りなさい。
9. 落丁または印刷の不鮮明な箇所があれば申し出なさい。

東京医科歯科大学
平成３０年度入学者選抜個別（第２次）学力検査
入試問題の訂正及び補足内容
数学（医学科）

問題訂正

Ⅰ　問題冊子の　２　ページ　１３　行目

（　誤　）

(2) どんな正の整数 a, b についても，…

（　正　）

(2) 正の整数 a, b について，a が b で割り切れないとき，…

問題訂正

Ⅱ　問題冊子の　２　ページ　１５　行目

（　誤　）

(4)　どんな正の整数 a, b についても，

（　正　）

(4)　正の整数 a, b について，a が b で割り切れないとき，

問題補足

問題冊子の　３　ページ　５　行目　末尾

下記の文を追加して下さい。

ここで，「球面 X が球面 Y に外接する」とは，X と Y が互いにその外部にあって，１点を共有することである。

1 0以上の整数x, yに対して, $R(x,\ y)$を次のように定義する。

$$\begin{cases} xy=0\ \text{のとき},\ R(x,\ y)=0 \\ xy\neq 0\ \text{のとき},\ x\ \text{を}\ y\ \text{で割った余りを}\ R(x,\ y)\ \text{とする。} \end{cases}$$

正の整数a, bに対して, 数列$\{r_n\}$を次のように定義する。

$$r_1=R(a,\ b),\quad r_2=R(b,\ r_1),$$
$$r_{n+1}=R(r_{n-1},\ r_n)\quad (n=2,\ 3,\ 4,\cdots)$$

また, $r_n=0$となる最小のnをNで表す。例えば$a=7$, $b=5$のとき$N=3$である。

次に, 数列$\{f_n\}$を次のように定義する。

$$f_1=f_2=1,\quad f_{n+1}=f_n+f_{n-1}\quad (n=2,\ 3,\ 4,\cdots)$$

このとき以下の各問いに答えよ。

(1) $a=f_{102}$, $b=f_{100}$のとき, Nを求めよ。

(2) どんな正の整数a, bについても, $r_1 \geqq f_N$が成立することを示せ。

(3) 2以上の整数nについて, $10f_n < f_{n+5}$が成立することを示せ。

(4) どんな正の整数a, bについても,
$$\sum_{k=1}^{N-1}\frac{1}{r_k} < \frac{259}{108}$$
が成立することを示せ。

2 xyz 空間において，連立不等式 $|x| \leqq 1$，$|y| \leqq 1$，$|z| \leqq 1$ の表す領域を Q とし，原点O$(0, 0, 0)$を中心とする半径 r の球面を S_0 とする。さらに，点A$(1, 1, 1)$，B$(1, -1, -1)$，C$(-1, 1, -1)$，D$(-1, -1, 1)$を中心とし，S_0 に外接する球面を，それぞれ S_A，S_B，S_C，S_D とする。このとき以下の各問いに答えよ。

(1) S_A と S_B が共有点を持つとき，r の最大値 r_1 を求めよ。

(2) S_0，S_A，S_B，S_C，S_D およびそれらの内部の領域の和集合と，Q との共通部分の体積を $V(r)$ とする。区間 $r_1 \leqq r \leqq 1$ において，$V(r)$ が最小となる r の値 r_2 を求めよ。ここで r_1 は(1)で求めた値とする。

(3) S_0 と共有点を持つどんな平面も，S_A，S_B，S_C，S_D のいずれかと共有点を持つとき，r の最大値 r_3 を求めよ。

3 関数$f(x) = x - \log(1+x)$について，以下の各問いに答えよ。ここで log は自然対数を表す。また $\lim_{x \to \infty} \dfrac{\log x}{x} = 0$ を用いてよい。

(1) p を実数とするとき，$f(x) = p$ を満たす実数 x の個数を求めよ。

以下，$f(x)$の定義域を $x \geqq 0$ に制限した関数の逆関数を $g(x)$ とする。

(2) u を正の実数とする。$p \geqq 0$ のとき，

$$p \leqq g(p) \leqq \frac{u+1}{u}\{p - u + \log(u+1)\} + u$$

を示せ。

(3) p を正の実数とし，xy 平面において，曲線 $y = g(x)$ と直線 $x = p$ の交点を通り，直線 $y = x$ に平行な直線を ℓ とする。また，ℓ と x 軸および曲線 $y = g(x)$ によって囲まれた図形の面積を S とする。このとき，S を p を用いて表せ。