物理ⅠB・物理Ⅱ（物理）

1 図のように，一端を壁に固定されたばね定数 k のばねに質量 m の小さい球Aが取り付けられて，水平な床に置かれている。この球Aに接して質量 M の小さい立方体Bが置かれている。このとき，ばねは自然長であり，また，これらの物体が置かれている位置を点 P_0 とする。この点 P_0 からの距離が l の点 P_1 にも質量 M の小さい球Cが置かれている。床は P_0P_1 間以外はなめらかとする。ばねを x だけ縮めた後静かに放したとしよう。球Aが元の位置に戻ったとき，立方体Bに衝突し，立方体Bは動き出した。このときの跳ね返り係数を e とする。空気抵抗は無視できるとして，以下の問いに答えよ。

問 1

(1) 球Aが立方体Bに衝突する直前の速さ v_A を求めよ。

(2) 衝突直後の立方体Bの速さ v_B を求めよ。

(3) 球Aが立方体Bから受ける力積の大きさを求めよ。

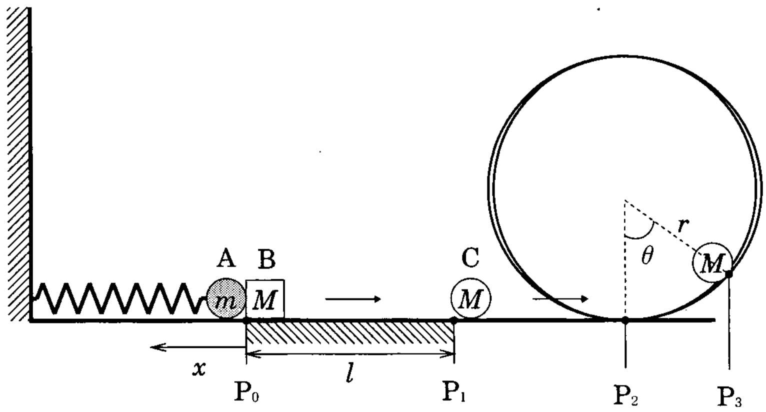
問 2 立方体Bが P_1 に達したとき，速さは v_1 まで低下していた。P_0P_1 間の床の動摩擦係数を v_B, v_1 を用いて表せ。ただし，重力加速度の大きさを g とする。

問 3 立方体Bとの弾性衝突($e = 1$)により動き出した球Cは，点 P_2 からは図のような鉛直面内にある半径 r の円形のなめらかなレールにそって動くとする。

(1) 球Cが鉛直方向から角度 θ の位置 P_3 を通過するときの角速度 ω_θ を求めよ。

(2) 位置 P_3 で球Cがレールから受ける垂直抗力の大きさを v_1 を用いて求めよ。

(3) 球Cがレールから落ちないで一周するために必要な v_1 の最小値を求めよ。


A
B
m
M
C
M
r
θ
M
x
l
P_0
P_1
P_2
P_3

2 断面積 $S=1.0\ \mathrm{m}^2$ のシリンダーが図のように床に固定されている。ピストンは，一端が床に固定されているばね定数 k〔N/m〕のばねに取り付けられていて，滑らかに動くものとする。シリンダーの上部には氷を入れることができる体積が一定の容器がある。このシリンダーに温度が 373 K の n〔mol〕の理想気体を入れた。このときばねは自然長であり，気体の入っている部分の長さは $L_0 = 1.0\ \mathrm{m}$ であった。ただし，ピストンとばねの質量は無視できるとする。この状態でピストンをねじで固定し，温度がちょうど融点の 273 K の氷を上部の容器にじゅうぶん多量に入れた。シリンダー全体は断熱材で囲まれていて，外部との熱のやりとりはないとして，以下の問いに答えよ。ただし，大気圧 $P_0 = 1.0 \times 10^5\ \mathrm{Pa}$，気体定数 $R = 8.3\ \mathrm{J/mol{\cdot}K}$ とする。また，計算結果は四捨五入し有効数字 2 桁まで求めよ。

問 1　理想気体のモル数 n を求めよ。

問 2　氷が溶け，理想気体の温度も 273 K となった。理想気体の定積モル比熱を $\frac{3}{2}R$〔J/mol·K〕，氷の融解熱を 334 J/g とするとき，

(1)　気体の内部エネルギーの変化 ΔU〔J〕を求めよ。

(2)　気体の圧力 P_1〔Pa〕を求めよ。

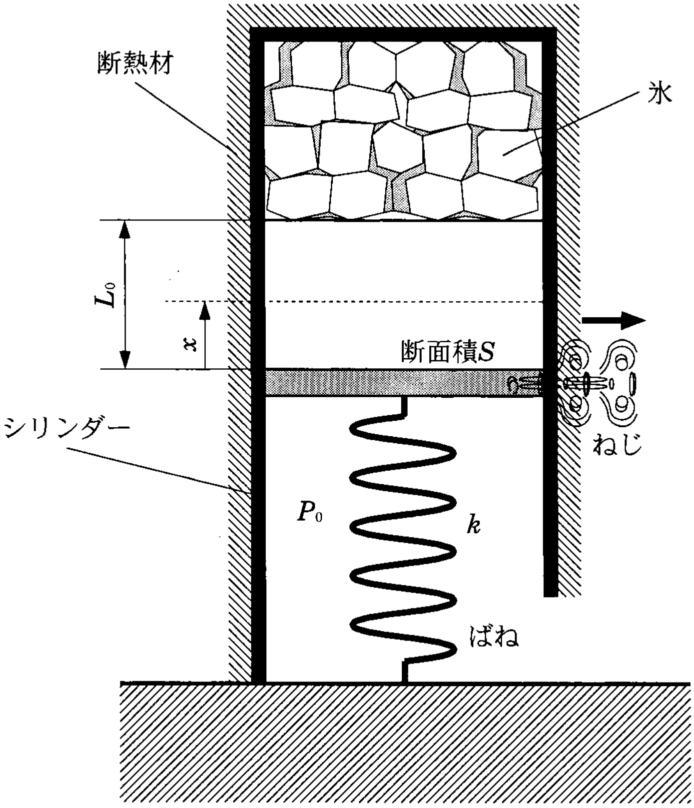
(3)　溶けた氷の質量 m〔g〕を求めよ。

問 3　つぎに，ねじをはずしてピストンをゆっくり動かすと，$x = 0.20\ \mathrm{m}$ 移動したところでつり合いの状態になり静止した。

(1)　このときの気体の圧力 P_2〔Pa〕を求めよ。

(2)　ばね定数 k〔N/m〕を求めよ。

(3)　このとき氷は溶けるか否か。また，その理由も 60 字以内で述べよ。


断熱材
氷
L_0
x
断面積S
シリンダー
ねじ
P_0
k
ばね

3 図1のように，真空中にじゅうぶん長い直線状の細い導線P，Qがある。２つの導線は平行であり，間隔はa〔m〕に固定してある。電気素量をe〔C〕，真空の透磁率をμ_0〔N/A^2〕とし，導線の単位体積あたりの自由電子数をn〔1/m^3〕として，次の問いに答えよ。

問１　導線P，Qは，同じ材質で，ともに断面積がS〔m^2〕であり，長さl〔m〕あたりの電気抵抗はR〔Ω〕である。導線P，Qの抵抗率はいくらか。

問２　導線Pに強さI〔A〕の直流電流が流れている。

(1)　導線P内の電界の強さはいくらか。

(2)　導線P内の自由電子が電界から受ける静電気力の大きさはいくらか。

(3)　導線P内の自由電子が移動する平均的な速さはいくらか。

(4)　導線P内の電界が１個の自由電子にする仕事の平均的な仕事率はいくらか。

(5)　導線Qのところに生じる磁界の強さはいくらか。

問３　導線Pに強さI〔A〕の直流電流が流れ，導線Qには逆向きに同じ強さI〔A〕の直流電流が流れている。

(1)　導線Pに流れる電流により生じる磁界により，導線Qの長さl〔m〕の部分が受ける力の大きさはいくらか。

(2)　導線Q内を移動する１個の自由電子が磁界から受けるローレンツ力の平均的な大きさはいくらか。

(3)　２つの導線に垂直な平面内で，導線P，Qからの距離がともにa〔m〕の地点Xに生じる磁界の強さはいくらか。

(4)　図２は，導線Pに流れる電流が紙面に垂直に裏から表へ向かうようにみた図である。地点Xに小さな正方形の鉄の板を置くと磁化される。このときN極が現れるのは正方形のどの辺か。イ，ロ，ハ，ニの記号で答えよ。

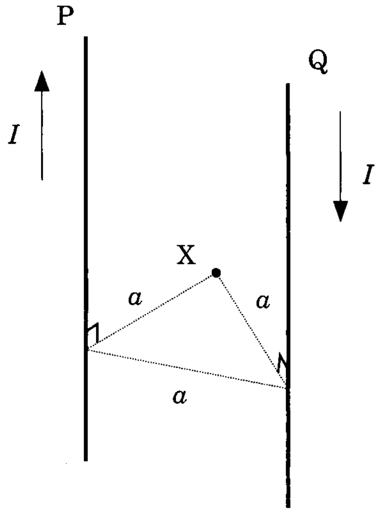


図1

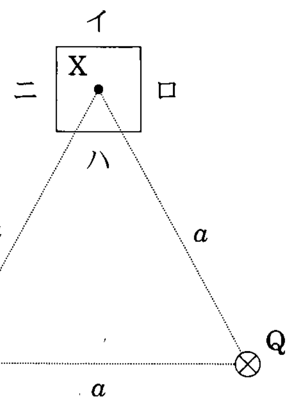


図2

4 以下の文中の $\boxed{\ 1\ }$ から $\boxed{\ 8\ }$ を適切な数式で，$\boxed{\ 9\ }$ を適切な言葉で埋めよ。ただし，定数は次に示す記号を用いよ。

プランク定数 $= h$，電子の質量 $= m$，電気素量 $= e$，真空中におけるクーロンの法則の定数 $= k_0$

ボーアの考え方によれば，原子核のまわりを回転する電子の軌道の長さは，そのド・ブロイ波長の整数 n 倍であり，電子の円運動に必要な向心力は，電子と原子核との間の静電気力である。この考え方を使って固有X線(特性X線)の性質を考えてみよう。

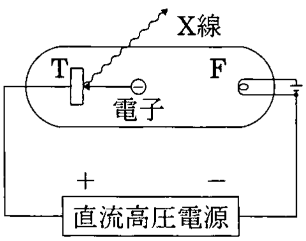


図1

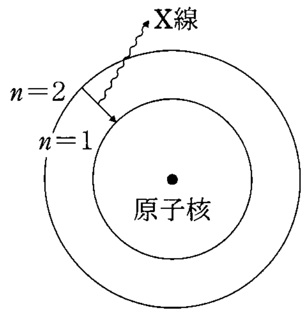


図2

X線は陰極(フィラメントF)から放出された電子が数万ボルトの電位差で加速され，陽極(ターゲットT)に衝突したときに発生する(図1)。通常，ターゲットは1種類の元素だけで作られる。固有X線の中で1番強いものは K_α 線とよばれる。これは，ターゲット原子の1番内側($n = 1$)の電子が飛来した電子によって原子の外にはじき出され，その結果空になった $n = 1$ の軌道へ $n = 2$ の軌道にあった電子が移ることにより発生する(図2)。このとき，$n = 2$ の電子のエネルギーと $n = 1$ の電子のエネルギーとの差を ΔE とし，K_α 線の振動数を ν とすると，$\Delta E = \boxed{\ 1\ }$ の関係が成り立つ。

水素原子のボーア半径を求めるときに用いた考え方を，陽子が3個以上ある原子にも用いて，この ΔE を求めよう。ただしここではまず，$n = 2$ の電子にとっては同じ $n = 2$ にある他の電子や，外側の $n \geqq 3$ の電子の影響は無視できるものとしよう。さらに，内側の $n = 1$ の軌道にある電子はその電荷だけ原子核の

電荷をうち消すとしよう。したがって，$n=2$ の電子が実際に感じる陽子数 N（実効陽子数ということにする）は原子番号 Z から $n=1$ にある電子数を引いた値になる。

ボーアの考え方によれば，軌道半径(r)，ド・ブロイ波長(λ)，電子の質量及び速さ(v)，プランク定数の間には，整数 n を用いて，量子条件とよばれる $2\pi r=n\lambda=$ $\boxed{\ 2\ }$ という関係が成立する。この半径，速さで円運動する電子には向心力 $F=$ $\boxed{\ 3\ }$ が作用していなければならない。他方，この半径の円周上にある $-e$ の電荷に働く静電気力の大きさは実効陽子数 N を用いると $F=$ $\boxed{\ 4\ }$ である。この力は原子核へ向かう方向であるから，$\boxed{\ 3\ }$，$\boxed{\ 4\ }$ より $r=$ $\boxed{\ 5\ }$ となる。上の量子条件より，整数 n を用いて電子の速さを消去すると，軌道上の波の数が n，実効陽子数が N のとき軌道半径はとびとびの値になり，$r(n,\ N)=\dfrac{h^2}{4\pi^2k_0me^2}\ \dfrac{n^2}{N}$ となる。

この電子は運動エネルギー $\dfrac{1}{2}mv^2$ と静電エネルギー $-k_0\dfrac{Ne^2}{r}$ をもっており，これらの和がこの軌道上にある電子の全エネルギーである。$\boxed{\ 5\ }$ で与えられる r を用いて全エネルギーを r の関数として表すと $E(r)=$ $\boxed{\ 6\ }$ となる。ここで，r は上に示したとびとびの値をもつから，エネルギーもとびとびの値になる。これを $E(n,\ N)$ とすると，$E(n,\ N)=$ $\boxed{\ 7\ }$ となる。

原子番号 $Z\,(Z\geqq 2)$ の原子では，$n=1$ の軌道に電子は2個存在できる。そのため，$n=1$ の電子が1個抜けた状態では $n=1$ の軌道にはもう1個の電子が存在するので，$N=Z-1$ となる。したがって，この $n=2$ の軌道にある電子のエネルギーは $E(2,\ Z-1)$ である。他方，$n=1$ の軌道にある電子のエネルギーは $E(1,\ Z)$ であるから，放出される K_α 線のエネルギーとターゲットの元素の原子番号 Z との関係は $\Delta E(Z)=E(2,\ Z-1)-E(1,\ Z)=$ $\boxed{\ 8\ }$ となる。つまり，$\boxed{\ 1\ }$ と $\boxed{\ 8\ }$ より，固有X線の波長はターゲットの元素の原子番号が大きくなると $\boxed{\ 9\ }$ くなる。