（前期日程）

令和７年度　数　学

問題の選択方法

以下に示す問題を解答すること。

学　部	学科等	解答する問題
教育学部	学校教育教員養成課程	1 2 3
理学部	理学科　数学受験	4 5 6
医学部	医学科	4 5 6
工学部	工学科　理型入試 工学科　デジタル情報人材育成特別プログラム	4 5 6
	工学科　文理型入試	1 2 3
農学部	全学科	1 2 3

注 意 事 項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2　この問題冊子は，８ページあります。

試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

3　すべての解答用紙に受験番号を記入しなさい。

4　解答は，すべて解答用紙の指定のところに記入しなさい。

5　解答用紙はすべて机の上に出しておくこと。机の中に入れてはいけません。

1 （教育学部，工学部（文理型入試），農学部）

以下の問いに答えよ。

(1) $\{a_n\}$ を等差数列，$\{b_n\}$ を等比数列とし，数列 $\{c_n\}$，$\{d_n\}$ を

$$c_n = a_n + b_n, \quad d_n = a_n - b_n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

で定める。$c_1 = 2$，$c_2 = -\dfrac{1}{2}$，$d_1 = 0$，$d_2 = \dfrac{7}{2}$ のとき，$\{c_n\}$，$\{d_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) 半径 2 の円に四角形 ABCD が内接している。AB = 1，AC = CD = DA のとき，次を求めよ。

(i) $\sin \angle \mathrm{ACB}$ の値

(ii) 辺 BC の長さ

(3) 赤球 4 個，青球 3 個，緑球 2 個，白球 1 個が入っている袋から，同時に 2 個の球を取り出すとき，次の確率を求めよ。

(i) 取り出した 2 個の球が同じ色である確率

(ii) 取り出した 2 個の球のうち，少なくとも 1 個が赤球または青球である確率

(4) $\dfrac{1}{2} \leqq x \leqq 2$ のとき，関数 $y = (\log_2 4x)\left(\log_2 \dfrac{x}{8}\right)$ の最小値と最大値を求めよ。

(5) (i) 整式 $2x^2 + 3x - 3$ を $x - 1$ で割った商と余りを求めよ。

(ii) 整式 $(2x^2 + 3x - 3)^2$ を $(x - 1)^2$ で割った余りを $R(x)$ としたとき，$R(0)$ の値を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

2 （教育学部，工学部（文理型入試），農学部）

以下の問いに答えよ。

(1) 整数 a が 3 の倍数でないとき，a^3+a は 3 の倍数でないことを証明せよ。

(2) α，β，x，y を実数とする。

(i) 加法定理

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$$

を用いて

$$\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

を証明せよ。

(ii) $0\leqq x<y\leqq\pi$ のとき，$\sin\dfrac{x+y}{2}$ と $\dfrac{\sin x+\sin y}{2}$ の大小を調べよ。

(3) a，b を実数とし

$$P(x)=x^3+2(a-2)x^2+(3-b^2)x+b^2-2a$$

とする。

(i) $x=1$ は方程式 $P(x)=0$ の解であることを示せ。

(ii) 方程式 $P(x)=0$ が異なる 2 つの虚数解をもつための a，b の満たすべき必要十分条件を求め，その条件の表す領域を ab 平面上に図示せよ。

数学の試験問題は次に続く。

3 （教育学部，工学部（文理型入試），農学部）

以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ について，放物線 $y = f(x)$ 上の点

$$\mathrm{A}(-1,\ f(-1)),\qquad \mathrm{B}(2,\ f(2))$$

における接線をそれぞれ ℓ_1，ℓ_2 とし，ℓ_1 と ℓ_2 の交点を $\mathrm{P}(p,\ q)$ とする。

(i) 直線 ℓ_1 および ℓ_2 の方程式を求めよ。

(ii) p と q の値を求めよ。

(iii) 放物線 $y = f(x)$ と直線 ℓ_1 および直線 $x = p$ で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

(iv) 放物線 $y = f(x)$ と直線 $x = p$ の交点を C とする。放物線 $y = f(x)$ と線分 AC で囲まれた図形の面積 T を求めよ。

(2) Oを原点とする座標空間上に点A(1, 2, 3), B(3, 4, 5)をとり, $\vec{a}=\overrightarrow{OA}$, $\vec{b}=\overrightarrow{OB}$ とおく。また, $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を θ とする。

(i) $\vec{a}$, $\vec{b}$ の大きさ $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$ および $\cos\theta$ の値を求めよ。

(ii) △OABの面積 S を求めよ。

(iii) ベクトル $\vec{e}=(1,\ s,\ t)$ が $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の両方に垂直であるとき, 実数 s と t の値を求めよ。

(iv) Oを通り, 平面OABと垂直な直線を ℓ とする。四面体OABCの体積が1となるような, ℓ 上の点Cをすべて求めよ。

4 （理学部，医学部，工学部（理型入試，デジタル情報人材育成特別プログラム））

次の $\boxed{}$ に適する数を，解答用紙の指定のところに記入せよ。

(1) 赤球4個，青球3個，緑球2個，白球1個が入っている袋から，同時に2個の球を取り出す。取り出した2個の球が同じ色である確率は $\boxed{(ア)}$ であり，取り出した2個の球のうち，少なくとも1個が赤球または青球である確率は $\boxed{(イ)}$ である。

(2) $f(x)=\sqrt{x^2+x+2}$ のとき，$f'(0)=$ $\boxed{(ウ)}$ であり，$f''(0)=$ $\boxed{(エ)}$ である。

(3) $\displaystyle\int_1^e \frac{\log x}{x}\,dx=$ $\boxed{(オ)}$ である。

(4) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}} x\sin 2x\,dx=$ $\boxed{(カ)}$ である。

(5) i を虚数単位，t を実数とし，$z=2+3i$ とする。複素数平面上の3点

$$\mathrm{A}(z),\quad \mathrm{B}(iz),\quad \mathrm{C}(-1+ti)$$

を考える。直線ABと直線BCが直交するとき，$t=$ $\boxed{(キ)}$ である。また，3点A，B，Cが同一直線上にあるとき，$t=$ $\boxed{(ク)}$ である。

(6) 整式 x^3-2x^2+3x-3 を $x-1$ で割った余りは $\boxed{(ケ)}$ である。また，整式 $(x^3-2x^2+3x-3)^5$ を $(x-1)^2$ で割った余りを $R(x)$ としたとき，$R(0)=$ $\boxed{(コ)}$ である。

数学の試験問題は次に続く。

5 （理学部，医学部，工学部（理型入試，デジタル情報人材育成特別プログラム））

以下の問いに答えよ。

(1) 整数 a が 3 の倍数でないとき，a^3+a は 3 の倍数でないことを証明せよ。

(2) α，β，x，y を実数とする。

(i) 加法定理

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$$

を用いて

$$\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

を証明せよ。

(ii) $0\leqq x<y\leqq\pi$ のとき，$\sin\dfrac{x+y}{2}$ と $\dfrac{\sin x+\sin y}{2}$ の大小を調べよ。

(3) a，b を実数とし

$$P(x)=x^3+(a-4)x^2+(3-b^2)x+b^2-a$$

とする。

(i) $x=1$ は方程式 $P(x)=0$ の解であることを示せ。

(ii) 方程式 $P(x)=0$ が異なる 2 つの虚数解をもつための a，b の満たすべき必要十分条件を求め，その条件の表す領域を ab 平面上に図示せよ。

数学の試験問題は次に続く。

6 （理学部，医学部，工学部（理型入試，デジタル情報人材育成特別プログラム））

以下の問いに答えよ。

(1) a を正の実数とする。関数 $f_n(x)$ （$n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$）を

$$f_1(x)=\frac{e^x+e^{-x}}{2},\qquad f_{n+1}(x)=\frac{1}{2}\int_{x-a}^{x+a}f_n(t)\,dt\qquad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

により定める。また，$A=\dfrac{e^a-e^{-a}}{2}$ とおく。

(i) $\dfrac{f_2(x)}{f_1(x)}=A$ を証明せよ。

(ii) $f_n(x)=A^{n-1}f_1(x)$ （$n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$）を証明せよ。

(iii) 無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}f_n(0)$ が収束するような a の値の範囲を求めよ。

(iv) a が (iii) で求めた範囲にあるとき，$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}f_n(0)$ を a を用いて表せ。

(2) $\vec{a} = (1,\ 2,\ 1)$, $\vec{b} = (1,\ 1,\ 1)$とする。また，sを実数とし，ベクトル$\vec{c}$は条件

$$\begin{cases} \vec{c} = s\vec{a} + \vec{b} \\ \vec{a} \cdot \vec{c} = 0 \end{cases}$$

を満たすとする。

(i) sの値および$\vec{c}$を求めよ。

(ii) t，uを実数とし，$\vec{d} = t\vec{a} + u\vec{c}$とする。また，$x$を実数とし，ベクトル$\vec{d}$は条件

$$\begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{d} = 1 \\ \vec{b} \cdot \vec{d} = x \end{cases}$$

を満たすとする。

(a) tの値を求めよ。

(b) uをxを用いて表せ。

(c) $f(x) = |\vec{d}|$とする。$\lim_{x \to \infty} \{f(x) - (px + q)\} = 0$が成り立つとき，実数$p$と$q$の値を求めよ。