（前期日程）

平成31年度　数　学

問題の選択方法

以下に示す問題を解答すること。

学　部	学科等	解答する問題
教育学部	学校教育教員養成課程 （中等教育コース自然科学系を除く）	1 2 4 5
	学校教育教員養成課程 中等教育コース自然科学系	1 3 4 5
	特別支援教育教員養成課程	1 2 4 5
理学部	理学科　数学受験	4 5 6 7 8
医学部	医学科	5 6 7 8 9
工学部	工学科　**理型**入試 （社会デザインコースを除く）	4 5 6 7 8
	工学科　**文理型**入試 （社会デザインコース）	1 2 4 5
農学部	全学科	1 2 4 5

注 意 事 項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2　この問題冊子は，9ページあります。

試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

3　すべての解答用紙に受験番号を記入しなさい。

4　解答は，すべて解答用紙の指定のところに記入しなさい。やむをえない場合は，解答用紙の裏も使用してよい。ただし，裏を使用する場合は，その旨を解答用紙の表に明記し，裏に書かれた指示に従って解答すること。

5　問題冊子の余白は下書きに使用してよい。

6　解答用紙はすべて机の上に出しておくこと。机の中に入れてはいけません。

$\boxed{1}$ （教育学部，工学部工学科文理型入試（社会デザインコース），農学部）

次の問いに答えよ。

(1) $\log_{10} 12$，$\log_{10} \dfrac{1}{18}$ をそれぞれ $\alpha = \log_{10} 2$，$\beta = \log_{10} 3$ を用いて表せ。

(2) $\tan \dfrac{\pi}{12}$ の値を求めよ。

(3) $1 \leqq a \leqq b \leqq 100$ を満たす整数 a，b の組の個数を求めよ。

(4) t を実数とし，$f(x) = x^2 - 3x + 2$ とする。放物線 $y = f(x)$ 上の2点 $\mathrm{P}(t,\ f(t))$，$\mathrm{Q}(t+1,\ f(t+1))$ における接線をそれぞれ ℓ_1，ℓ_2 とする。接線 ℓ_1，ℓ_2 が直交するように t の値を定め，そのときの ℓ_1，ℓ_2 の交点の座標を求めよ。

(5) 定積分 $\displaystyle\int_0^2 |x(x-1)|\,dx$ を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

2 (教育学部学校教育教員養成課程(中等教育コース自然科学系を除く), 教育学部特別支援教育教員養成課程, 工学部工学科文理型入試(社会デザインコース), 農学部)

a を実数とし,

$$f(x) = x^2 + 2x + 6, \quad g(x) = -x^2 + 2ax - 4a$$

とする。次の問いに答えよ。

(1) (i) 関数 $y = f(x)$ の最小値を求めよ。

(ii) 関数 $y = g(x)$ の最大値を求めよ。

(iii) すべての実数 s, t に対して $f(s) \geqq g(t)$ が成り立つような a の値の範囲を求めよ。

(2) (i) すべての実数 s に対して $f(s) \geqq g(s)$ が成り立つような a の値の範囲を求めよ。

(ii) $-1 \leqq s \leqq 1$ を満たすすべての実数 s に対して $f(s) \geqq g(s)$ が成り立つような a の値の範囲を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

3 （教育学部学校教育教員養成課程中等教育コース自然科学系）

曲線 $y = \log x$ 上に点 $\mathrm{A}(s,\ \log s)$ と点 $\mathrm{B}(t,\ \log t)$ をとる。ただし，s，t は $0 < s < t$ を満たす実数とする。線分 AB の中点が点 $\mathrm{P}\left(\frac{5}{4},\ 0\right)$ であるとする。次の問いに答えよ。

(1) $s + t$ および st の値を求めよ。

(2) 点 A，B の座標を求めよ。

(3) 関数 $f(x) = x\log x - x$ を微分せよ。

(4) 曲線 $y = \log x$ と線分 AB で囲まれた図形の面積を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

4 （教育学部，理学部，工学部，農学部）

1 辺の長さが 1 の正三角形 OAB がある。$0 < s < 1$ を満たす実数 s に対し，$\mathrm{OM} = \mathrm{ON} = s$ となる点 M，N をそれぞれ辺 OA，OB 上にとり，AN と BM の交点を P とする。

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}, \quad \overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}, \quad \angle\mathrm{APB} = \theta$$

とおく。次の問いに答えよ。

(1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。

(2) (i) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AN}}$，$\overrightarrow{\mathrm{BM}}$ をそれぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$，s を用いて表せ。

(ii) $\cos\theta$ を s を用いて表せ。

(iii) $\overrightarrow{\mathrm{AN}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{BM}}$ が直交するとき，s の値を求めよ。

(3) (i) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，s を用いて表せ。

(ii) 直線 OP と辺 AB の交点を Q とする。点 P が OQ の中点であるとき，s の値を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

5 （教育学部，理学部，医学部，工学部，農学部）

1 から 20 までの整数が 1 つずつ書かれた 20 枚のカードがある。以下の手順に従って，整数 T_1，T_2，T_3，… を順次定める。

① 1 枚のカードを取り出し，書かれている数を T_1 とし，取り出したカードをもとに戻す。

② 1 枚のカードを取り出し，書かれている数を T_1 にかけた値を T_2 とし，取り出したカードをもとに戻す。同様に，$n = 3, 4, 5, \cdots$ に対して，1 枚のカードを取り出し，書かれている数を T_{n-1} にかけた値を T_n とし，取り出したカードをもとに戻す。

自然数 n に対し，T_n が素数である確率を a_n とし，T_n が素数 2 個（同じ素数でもよい）の積である確率を b_n とする。なお，1 は素数ではない。

次の問いに答えよ。

(1) a_1，b_1 を求めよ。

(2) a_2，b_2 を求めよ。

(3) a_n を n の式で表せ。

(4) b_n を n の式で表せ。

数学の試験問題は次に続く。

6 （理学部，医学部，工学部工学科理型入試（社会デザインコースを除く））

次の問いに答えよ。

(1) 不等式 $x^2 - 4x - 4 \leqq -2|x-1|$ を解け。

(2) 関数 $f(x) = \log(\log x)$ の $x = e^2$ における微分係数 $f'(e^2)$ を求めよ。

(3) $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{n} e^{\frac{k}{n}}$ とおくとき，極限 $\lim_{n \to \infty} \frac{S_n}{n}$ を求めよ。

(4) 極限 $\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{3-2x} - \sqrt{3+2x}}{x}$ を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

7 （理学部，医学部，工学部工学科理型入試（社会デザインコースを除く））

$0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ の範囲で定義された関数 $f(x) = \sin x - \sin^2 x$ を考える。次の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。

(2) $0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ における $f(x)$ の増減を調べよ。

(3) $0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ において，2つの曲線 $y = \sin x$ と $y = \sin^2 x$ で囲まれた図形を D とする。

(i) D の面積 S を求めよ。

(ii) D を x 軸のまわりに1回転させてできる回転体の体積 V を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

$\boxed{8}$ （理学部，医学部，工学部工学科理型入試（社会デザインコースを除く））

複素数平面上の 3 点 $\mathrm{O}(0)$，$\mathrm{P}(z_1)$，$\mathrm{Q}(z_2)$ をとる。ここで

$$z_1 = 2 - \sqrt{3}\, i, \qquad z_2 = 5 + \sqrt{3}\, i$$

とする。ただし，i は虚数単位である。次の問いに答えよ。

(1) $|z_1|$，$|z_2|$ を求めよ。

(2) $\dfrac{z_2}{z_1}$ および $\angle\mathrm{POQ}$ を求めよ。

(3) O を中心に P，Q をそれぞれ角 $\dfrac{\pi}{6}$ だけ回転させた点を $\mathrm{P}'(z_1')$，$\mathrm{Q}'(z_2')$ とする。

(i) z_1'，z_2' を求めよ。

(ii) 線分 OQ と P′Q′ の交点を $\mathrm{R}(w)$ とする。w を求めよ。

(iii) $\triangle\mathrm{OPQ}$ と $\triangle\mathrm{OP'Q'}$ の重なる部分の面積 S を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

9 （医学部）

1辺の長さが1の立方体がある。立方体の頂点PとQに対し，線分PQの長さが1であるとき，QをPと隣接する頂点という。

立方体上に，次の規則に従って位置が決まる点が1つある。その点を動点とよぶことにする。

① 時刻 $t=0$ において，動点は立方体のある頂点にいる。その頂点をOで表す。

② n を0以上の整数とする。時刻 $t=n+1$ において，動点は時刻 $t=n$ のときにいた頂点Pに $\frac{1}{4}$ の確率で留まるか，もしくはPと隣接する3つの頂点のいずれかへそれぞれ $\frac{1}{4}$ の確率で移る。

次の問いに答えよ。

(1) 時刻 $t=2$ において動点がOと隣接する頂点にいる確率を求めよ。

(2) 時刻 $t=3$ において動点がOと隣接する頂点にいる確率を求めよ。

(3) 時刻 $t=4$ において動点がOと隣接する頂点にいる確率を求めよ。

(4) 時刻 $t=5$ において動点がOと隣接する頂点にいる確率を求めよ。