1

連立不等式

$$\begin{cases} y \leqq 4 - 2\,|x-1| \\ y \geqq 2\,|x-1| \end{cases}$$

の表す領域をAとする。また，不等式

$$y \geqq 4x^2$$

の表す領域をBとする。

(1) 領域Aを図示せよ。

(2) 2つの領域AとBの共通部分$A \cap B$を図示し，その面積Sを求めよ。

2

A，B，C，D，Eの５チームが下の表にしたがってトーナメント形式で試合を行う。試合には引き分けはないものとし，勝敗の確率について次の(ア)，(イ)，(ウ)がわかっている。

(ア) B，C，Dの３チームの実力は互角である。

(イ) AチームはB，C，Dの各チームに$\frac{1}{3}$の確率で勝つ。

(ウ) EチームはB，C，Dの各チームに$\frac{2}{3}$の確率で勝つ。

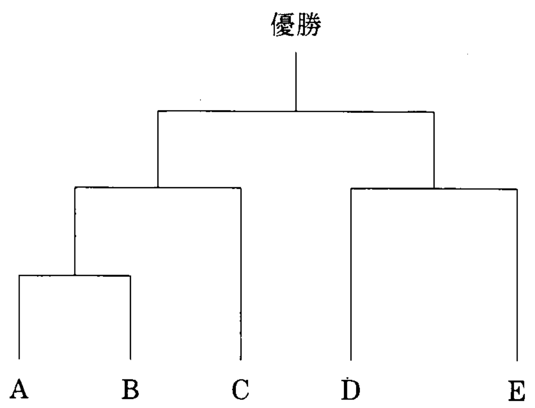
このとき次の問いに答えよ。

(1) Aチームが決勝戦に進出する確率を求めよ。

(2) CチームとDチームが対戦する確率を求めよ。

(3) Dチームが優勝する確率を求めよ。

(4) B，C，Dのいずれかのチームが優勝する確率を求めよ。



トーナメント表

3

曲線 $y=\sqrt{2x-1}$ を C とし，C 上の点の中で点A$(6,\ 0)$からの距離が最小となるものをPとする。

(1) 点Pの座標と線分APの長さを求めよ。

(2) 点Pにおける曲線 C の接線 l の方程式を求めよ。

(3) (2)で求めた接線 l と曲線 C および x 軸とで囲まれる部分を図示し，その面積 S を求めよ。

$\boxed{4}$

(1) 関数 $f(x) = x - \sin 2x$ の $0 \leqq x \leqq \pi$ における最大値と最小値を求めよ。

(2) 定積分 $\displaystyle\int_0^{\pi} x \cos \frac{x+\pi}{4}\, dx$ を求めよ。

(3) m を整数とし，$x > 1$ に対して $g(x) = \displaystyle\int_1^{x} t^m\, dt$ と定義する。

(a) $g(x)$ を求めよ。

(b) $x \to \infty$ のとき，$g(x)$ の収束，発散について調べよ。

$\boxed{5}$ （選択問題）

$\boxed{5}-\boxed{a}$，$\boxed{5}-\boxed{b}$ のいずれか一方を選択して解答すること。選択した問題の記号（a または b）を解答用紙の所定の箇所に記入すること。

$\boxed{5}-\boxed{a}$

$f(n)=\dfrac{1}{6}n^3+an^2+bn$ とおく。定数 a，b は $0 \leqq a < 1$，$0 \leqq b < 1$ をみたし，$f(-1)$，$f(1)$ は共に整数であるとする。

(1) 上の条件をみたす $(a,\ b)$ の組をすべて求めよ。

(2) すべての整数 n に対して $f(n)$ は整数であることを示せ。

$\boxed{5}-\boxed{b}$

p，q を正の定数とし，数列$\{a_n\}$ を

$$a_1=1,\ a_{n+1}=\frac{pa_n}{a_n+q}\qquad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

によって定義する。

(1) 数列$\dfrac{1}{a_1}$，$\dfrac{1}{a_2}$，$\dfrac{1}{a_3}$が等差数列をなすとき，q を p を用いて表せ。

(2) p，q が(1)で求めた関係式をみたすとき，数列$\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$\boxed{6}$ （選択問題）

$\boxed{6}-\boxed{a}$，$\boxed{6}-\boxed{b}$ のいずれか一方を選択して解答すること。選択した問題の記号（a または b）を解答用紙の所定の箇所に記入すること。

$\boxed{6}-\boxed{a}$

△OAB において，辺 OA，OB の中点をそれぞれ L，M とし，MA と LB の交点を E とする。$\angle \mathrm{AEB}=\theta$，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{MA}}=\vec{p}$，$\overrightarrow{\mathrm{LB}}=\vec{q}$ とおく。

(1) $\vec{a}$，$\vec{b}$ を $\vec{p}$，$\vec{q}$ を用いて表せ。

(2) $\mathrm{MA}=\mathrm{LB}$，$\mathrm{OA}\perp\mathrm{OB}$ のとき，$\cos\theta$ を求めよ。

(3) $\mathrm{MA}=1$，$\mathrm{LB}=2$，$\theta=120^\circ$ のとき，△OAB の面積を求めよ。

$\boxed{6}$ − $\boxed{\mathrm{b}}$

$z = a + bi$, $w = iz + \dfrac{1}{iz}$ とおく。ただし，i は虚数単位，a，b は実数で，$a \neq 0$ をみたすとする。

(1) w の虚部を a と b を用いて表せ。

(2) w が実数となるような点 z 全体の描く図形を複素数平面上に表せ。

(3) w が実数で，z の偏角が $30°$ であるとき，

$$(iz)^{17} + \frac{1}{(iz)^{17}}$$

の値を求めよ。